

## Comportement asymptotique

**Exercice 1:**

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 5n + 3}{n^3};$

2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4}{(2n^2 + 1)^2};$

3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n};$

4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n)}{n}$

5.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(n^2) - n;$

6.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + (-1)^n}{n^2};$

7.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}};$

8.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^3 + 3} - \sqrt{n^3 + 1}.$

**Exercice 2:**

Soit  $(u_n)$  une suite qui converge vers  $-1$ . En revenant à la définition d'une suite convergente, démontrer que  $u_n < 0$  pour tout  $n$  à partir d'un certain rang.

**Exercice 3:**

En revenant à la définition d'une suite convergente, démontrer qu'une suite  $(u_n)$  converge vers  $\ell$  si et seulement si  $(u_n - \ell)$  converge vers 0.

**Exercice 4:**

Soient  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  deux suites définies par :

$$u_n = \frac{3n^2}{1+n+n^2} \quad ; \quad v_n = \ln u_n^2$$

1. Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

2. En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

**Exercice 5:**

Soient  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  deux suites définies par :

$$u_n = \frac{(-1)^n}{(1+n)^2} \quad ; \quad v_n = \frac{1}{1+n^2}$$

1. Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

2. Montrer que pour tout entier  $n$ ,  $|u_n| \leq v_n$

3. En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .