Préparation au devoir du 17/12

Exercice 1:
Etudier les variations de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x^2-3x+1}{e^x}$

Exercice 2:
Résoudre les équations suivantes sur $\mathcal{C}$

1. $\dfrac{(2+5i)\overline{z}}{2z+1} = 3$
2. $z + \dfrac{11}{z} = 6$
3. $z^4 = 1$

Exercice 3:
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 + x - e^x$. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(0; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. L'unité graphique est 1 cm.

1. **Limites de la fonction f :**
   a. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $-\infty$.
   b. Montrer que pour tout réel $x \neq 0$, $f(x) = x\left(\dfrac{5}{x} + 1 - \dfrac{e^x}{x}\right)$
   c. En déduire la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.
2. **Étude des variations de la fonction f :**
   a. Déterminer la fonction dérivée de f.
   b. Résoudre $1 - e^x > 0$. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3. **Résolution de $f(x) = 0$:**
   a. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution notée α appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et une unique solution notée β appartenant à l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$.
   b. Donner les valeurs approchées de α et β arrondies au centième.
4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ dans le repère orthonormal $(0; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ pou $x \in [-6; 2]$.

Exercice 4:
Pour tout complexe z, on considère $f(z) = z^4 - 3z^3 + 21z^2 - 48z + 80$.

1. a. Montrer que $4i$ est solution de $f(z) = 0$.
   b. Montrer que $f(\overline{z}) = \overline{f(z)}$.
   c. Montrer que si α est un nombre complexe tel que $f(\alpha) = 0$ alors $f(\overline{\alpha}) = 0$.
   d. En déduire que l'équation $f(z) = 0$ admet deux nombres imaginaires purs comme solution.
2. Déterminer les nombres réels a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$, $f(z) = (z^2+16)(z^2+az+b)$.
3. Résoudre $f(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.