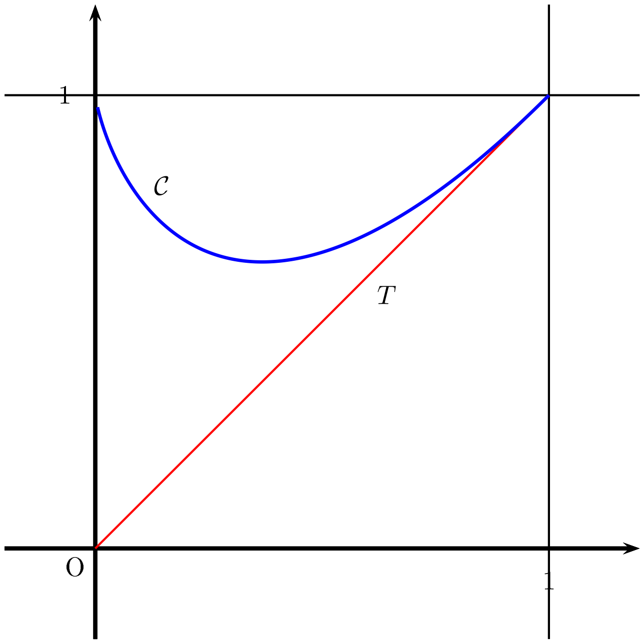
Logarithme et nombres complexes...

Exercice 1:
Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\ ;\ 1]$ par :

$$f(x) = 1 + x\ln x.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,1]$.
$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
T est la droite d'équation $y = x$.
La courbe $\mathcal{C}$ et la droite T sont représentées sur le schéma ci-dessous.



1. a. Justifier que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$.
   b. En utilisant le signe de $x\ln x$ sur $]0\,;\ 1]$, montrer que, pour tout nombre réel $x \in]0\ ;\ 1]$, on a $f(x) \leqslant 1$.
2. a. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel $x \in]0\ ;\ 1]$.
   b. En déduire les variations de f sur $]0\ ;\ 1]$.
   c. Vérifier que la droite T est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
3. On note g la fonction définie pour tout nombre réel $x \in]0\ ;\ 1]$ par

$$g(x) = 1 + x\ln x - x.$$

   a. Étudier les variations de g sur l'intervalle $]0\,;\,1]$ et dresser le tableau de variation de g.
   On ne cherchera pas la limite de g en 0.
   b. En déduire les positions relatives de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite T.

Exercice 2:
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure des questions.

1. Placer les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = -11 + 4\text{i},\ z_{\text{B}} = -3 - 4\text{i} \quad \text{et} \quad z_{\text{C}} = 5 + 4\text{i}.$$

2. Calculer le module et un argument du quotient $\dfrac{z_{\text{A}} - z_{\text{B}}}{z_{\text{C}} - z_{\text{B}}}$ et en déduire la nature du triangle ABC.