Entrainement pour le baccalauréat blanc

Exercice 1:

On note f la fonction définie sur l'intervalle $\mathbb{R}^\star$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. L'unité graphique est 2 cm.

PARTIE A - Étude des limites

1. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers 0, $x > 0$.
2. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.
3. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $-\infty$.
4. On rappelle que $\lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{X^2}{e^X} = 0$. En déduire la limite de la fonction f quand x tend vers 0, $x < 0$.
5. Quelles conséquences peut-on déduire de ces deux résultats, pour la courbe $\mathcal{C}$?

PARTIE B - Étude des variations

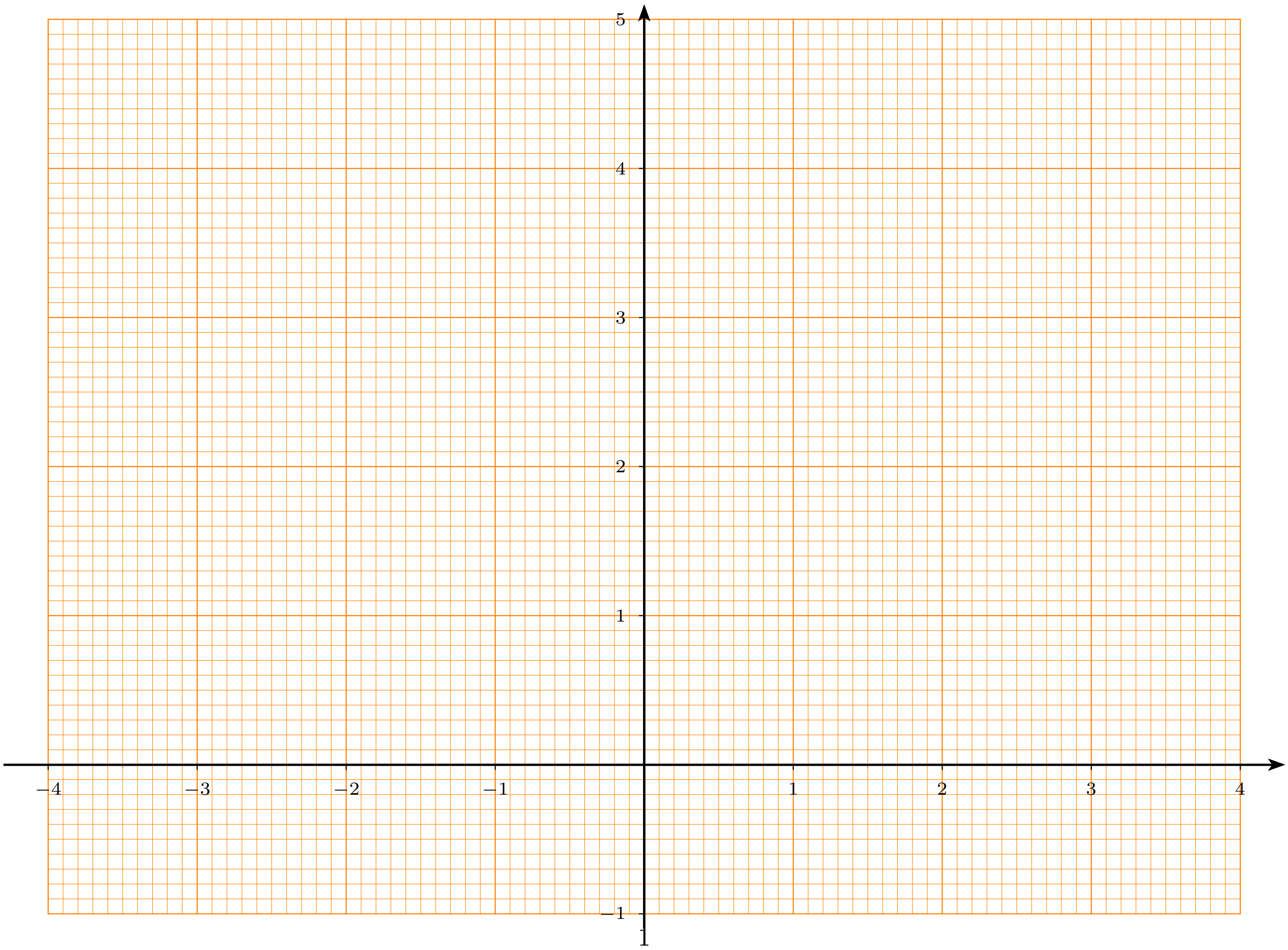
1. Démontrer que, la fonction dérivée de la fonction f s'exprime, pour tout réel x non-nul, par :

$$f'(x) = -\frac{1}{x^4}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}(2x+1).$$

2. Déterminer le signe de f' et en déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}^\star$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a une unique solution notée α sur $\mathbb{R}^\star$ et donner la valeur approchée de α arrondie au centième.

PARTIE C - Représentation graphique

1. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
2. Tracer $\mathcal{C}$ et T dans le repère orthonormal $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ en **annexe**.



Exercice 2:

Un jeu consiste à tirer simultanément 4 boules indiscernables au toucher d'un sac contenant une boule noire et 9 boules blanches, puis à lancer un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Si la boule noire est tirée, il faut obtenir un nombre pair avec le dé pour gagner. Si la boule noire n'est pas tirée, il faut obtenir un six avec le dé pour gagner.

On appelle N l'évènement « la boule noire figure parmi les boules tirées » et G l'évènement « le joueur gagne ».

1. a. On admet que la probabilité de l'évènement N est égale à $\frac{2}{5}$. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\frac{3}{10}$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
   b. Le joueur ne gagne pas. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule noire ?
2. Pour jouer à ce jeu, une mise de départ de m euros est demandée, où m est un réel strictement positif.
   - Si le joueur gagne, il reçoit 4 euros.
   - S'il ne gagne pas mais qu'il a tiré la boule noire, le joueur récupère sa mise.
   - S'il ne gagne pas et qu'il n'a pas tiré la boule noire, le joueur perd sa mise.

   On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de m.
   c. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique de X est nulle.
   Déterminer m pour que le jeu soit équitable.
3. Soit n un entier naturel non nul.
   On joue n fois à ce jeu sachant qu'après chaque partie les boules sont remises dans le sac.
   Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une fois est supérieure à $0,999$.

Exercice 3:

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité graphique 2 cm.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_{\mathrm{A}} = -2\mathrm{i}, \quad z_{\mathrm{B}} = -\sqrt{3} + \mathrm{i} \text{ et } z_{\mathrm{C}} = \sqrt{3} + \mathrm{i}.$$

1. a. Écrire z_{A}, z_{B} et z_{C} sous forme exponentielle.
   b. En déduire le centre et le rayon du cercle Γ passant par les points A, B et C.
   c. Sur le repère en annexe, placer le point A, tracer le cercle Γ puis placer les points B et C.
2. a. Écrire le quotient $\dfrac{z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{C}} - z_{\mathrm{A}}}$ sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.
   b. En déduire la nature du triangle ABC .
3. a. Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que

$$|z| = \left|z + \sqrt{3} + \mathrm{i}\right|.$$

   b. Montrer que les points A et B appartiennent à (E).