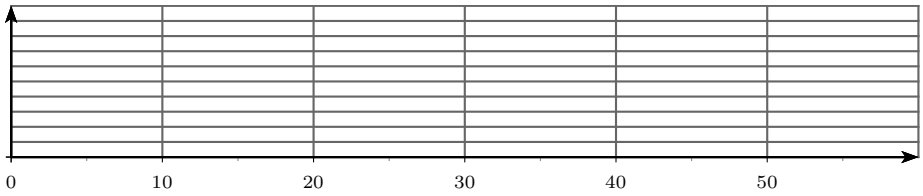
# Du discret au continu

**Exercice 1:**

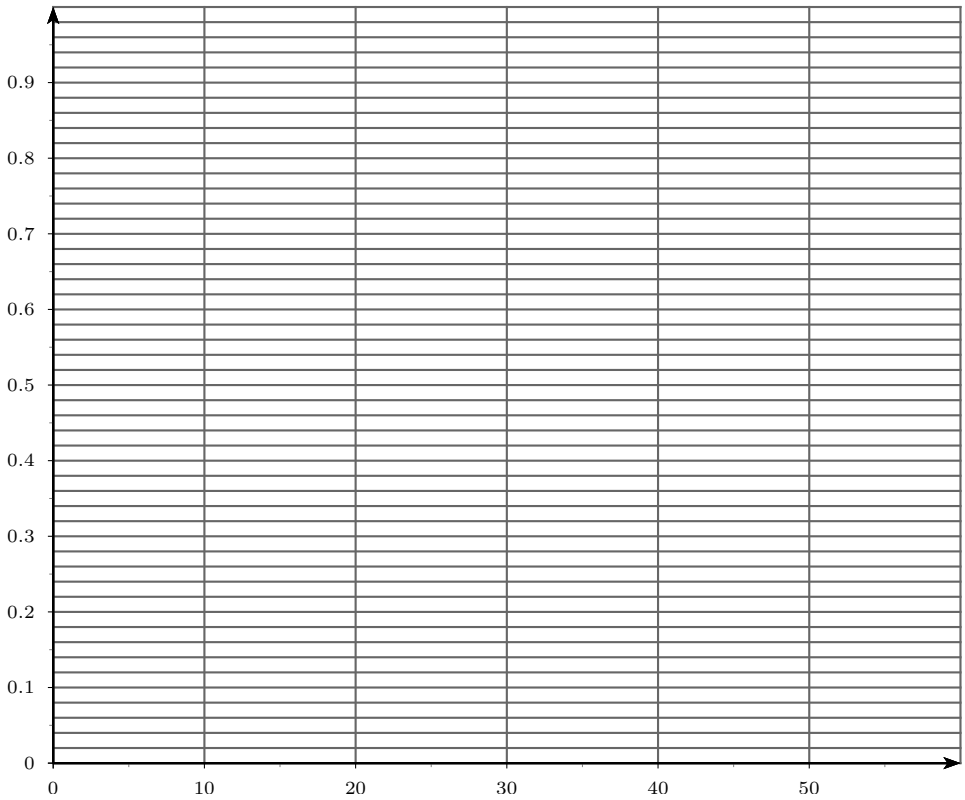
On a étudié le temps mis par les élèves d'un lycée pour effectuer le trajet domicile-lycée. Cette étude a conduit aux résultats suivants :

| temps (min) | $[0;10[$ | $[10;20[$ | $[20;30[$ | $[30;40[$ | $[40;50[$ | $[50;60]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| fréquence | $0,1$ | $0,18$ | $0,31$ | $0,28$ | $0,1$ | $0,03$ |
| f.c.c. | | | | | | |

1. Tracer l'histogramme des fréquences dans le repère ci-dessous :




2. Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes (f.c.c.) dans le repère ci-dessous :




3. On choisit au hasard un élève dans cette population et on note $X$ le temps du trajet domicile-lycée. Les valeurs possibles de $X$ appartiennent à l'intervalle $[0;60]$.
   a. Déterminer la probabilité que la valeur $X$ soit inférieur à 40.
   b. Déterminer l'aire de la partie de l'histogramme pour $x \in [0;40[$. Conclure.
   c. Déterminer la probabilité que la valeur $X$ soit compris entre à 20 et 50.
   d. Déterminer la probabilité que la valeur $X$ soit supérieur 30.

   De manière générale, si $x \in [0;60]$, on peut déterminer la probabilité $P(X < x)$. Cette probabilité est la valeur de l'aire de la partie de l'histogramme située avant la valeur $x$ (l'aire totale étant 1 unité) ou encore la valeur de la fréquence cumulée croissante correspondant à $x$.

   On obtient alors que : $P(X \leq x) = \int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ La fonction $f$ est appelée **densité de probabilité** de $X$.

4. Déterminer $f$ dans l'exemple suivant.

**Un peu de cours...**
Une densité de probabilité $f$ associé à une variable aléatoire $X$ est une fonction continue (sauf en un nombre fini de points) sur un intervalle $I = [a; b]$ et positive et telle que :

$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = 1$$

On a alors pour $x \in [a; b]$

$$P(X \leq x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$$

**Exercice 2:**

On tire au hasard sur une cible de rayon 1 mètre sans jamais la manquer. $X$ est la variable aléatoire qui donne la distance de l'impact au centre. On admet que $X$ a pour densité la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x & si \quad x \in [0; 1] \\ 0 & si \quad x \notin [0; 1] \end{cases}$$

1. Montrer que $f$ est bien une densité de probabilité.
2. Tracer la courbe de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer $P(X < 0,5)$, $P(X \geq 0,5)$, $P(0,2 \leq X \leq 0,8)$, et $P(X = 0,5)$.
4. Vérifier que si $0 \leq a < b < 1$ alors $P(a \leq X \leq b)$ est égale au rapport de l'aire de la couronne, définie par $a$ et $b$ et celle de la cible.