

2 Opérations sur les limites

Soit (u_n) et (v_n) deux suites dont on connaît la limite. La question légitime que l'on peut se poser est :

Les suites $(u_n + v_n)$, $(u_n \times v_n)$ et $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ ont-elles une limite et si oui quelle est-elle ?

2.1 Limite d'une somme

Théorème:

Dans le tableau suivant, l et l' sont deux réels.

<i>Si (u_n) a pour limite</i>	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
<i>et si (v_n) a pour limite</i>	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
<i>alors $(u_n + v_n)$ a pour limite</i>						

2.2 Limite d'un produit

Théorème:

Dans le tableau suivant, l et l' sont deux réels non-nuls.

<i>Si (u_n) a pour limite</i>	l	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
<i>et si (v_n) a pour limite</i>	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
<i>alors $(u_n \times v_n)$ a pour limite</i>									

2.3 Limite d'un quotient

On distingue ici deux cas :

- le dénominateur a une limite non-nul :

Théorème:

Dans le tableau suivant, l et l' sont deux réels non-nuls..

<i>Si (u_n) a pour limite</i>	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
<i>et si (v_n) a pour limite</i>	$l' \neq 0$	$\pm\infty$	$l' > 0$	$l' < 0$	$l' > 0$	$l' < 0$	$\pm\infty$
<i>alors $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ a pour limite</i>							

- le dénominateur a une limite nul :

Théorème:

Dans le tableau suivant, l est un réel non-nul.

<i>Si (u_n) a pour limite</i>	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	0
<i>et si (v_n) a pour limite</i>	0^+	0^-	0^+	0^-	0
<i>alors $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ a pour limite</i>					

2.4 Formes indéterminées