

Limite en un réel a

Définitions

On dit que la limite de f en a est l si, $f(x)$ peut-être rendu aussi proche de l que l'on veut, à condition que x soit suffisamment proche de a et on note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$

On dit que la limite de f en a est $+\infty$ si, lorsque x tend vers a , $f(x)$ est aussi grand que l'on veut et on note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$$

Applications

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$.

1. Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
2. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel α tel que pour tout x appartenant à $]5 - \alpha; 5 + \alpha[$ on a : $|f(x) - 6| < 10^{-3}$.
3. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$?
4. A quoi correspond 6 pour f ?
5. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.
6. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel γ tel que pour tout x appartenant à $]3; 3 + \gamma[$ on a : $10^3 < f(x)$.
7. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$?
8. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel β tel que pour tout x appartenant à $]3 - \beta; 3[$ on a : $f(x) < -10^3$.
9. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$?
10. Tracer à l'aide de votre calculatrice la courbe de la fonction f .
11. Quelle interprétation graphique peut-on faire des questions 6 et 8?
12. Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 6x + 3$

b. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{x - 3}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$