

Limites et croissances comparées

1 Limites de la fonction logarithme

1. Soit M un réel strictement positif. Montrer qu'il existe $A \in]0; +\infty[$ tel que pour tout réel $x > A$, $\ln(x) > M$.
2. Conclure sur la limite de la fonction logarithme en $+\infty$.
3. Montrer que pour $x > 0$, $\ln x = -\ln \frac{1}{x}$
4. Conclure sur la limite de la fonction logarithme en 0.

2 Limites et dérivée

1. Rappeler la fonction dérivée de la fonction logarithme.
2. En déduire la limite de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x-1}$ en 1 et la limite de la fonction $x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{x}$ en 0.

3 Croissances comparées

1. Déterminer la limite de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ en $+\infty$.
2. En déduire la limite de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x^n}$ en $+\infty$ pour n un entier, $n \geq 2$.
3. Déterminer la limite de la fonction $x \mapsto x \ln x$ en 0.
4. En déduire la limite de la fonction $x \mapsto x^n \ln x$ en 0 pour n un entier, $n \geq 2$.

On posera $X = \ln x$