

Propriétés de la fonction logarithme

1 Produit

1. Compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice, on arrondira les valeurs à 10^{-2} près.

a	2	4	12	$\sqrt{2}$
b	3	5	79	π
$\ln ab$				
$\ln a + \ln b$				

Quelle conjecture peut-on faire ?

2. Soit $a > 0$ et $b > 0$.

a. Montrer que $e^{\ln(a)+\ln(b)} = ab$.

b. Simplifier $e^{\ln(ab)}$.

c. Conclure.

2 Quotient

Soit a et b deux réels strictement positifs.

1. Montrer que $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$

2. En déduire que $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

3 Racine carré

Soit x un réel strictement positif. En utilisant la propriété du produit, montrer que $\ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \ln(x)$.

4 Puissances

Soit x un réel strictement positif. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\ln x^n = n \ln x$.

Application : Exprimer en fonction de $\ln(3)$ les nombres :

a. $\ln(27)$

d. $\ln(\sqrt{3})$

g. $\ln(63) - \ln(7)$

b. $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$

e. $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$

h. $2 \ln(6) - \ln(4)$

c. $\ln(2187)$

f. $\ln(9\sqrt{3})$

i. $\frac{\ln(3^5)}{\ln(3^3)} \ln(3)$