

DEVOIR BILAN 3		
Enseignant : GREAU D. Date : 23/11/2012	Nom : Prénom : Classe :	Note :

Exercice 1:

2,5 points

Déterminer :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + x^3 - 4x^5}{1 + x^4}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-8x + 7}{x - 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{3}x^5 + x^3 + 1$

Exercice 2:

6,5 points

Partie 1 - Restitution organisée de connaissances

1. Soit $z = a + ib$ avec a et b réels. Donner la définition de \bar{z} .
2. Démontrer que pour tous nombres complexes z et z' , on a :

$$\overline{zz'} = \bar{z}\bar{z'}$$

Partie 2 - Calculs dans \mathbb{C} Soit $z_1 = 6 + 2i$, $z_2 = -3 + i$ et $z_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

1. Déterminer la forme algébrique de $z_3\bar{z}_3$, $z_1z_2\bar{z}_3$ et z_1z_3 .
2. En déduire la forme algébrique de $\overline{z_1z_2z_3}$ et $\frac{1}{z_1z_3}$.

Partie 3 - Résolution d'équationsRésoudre les équations suivantes dans \mathbb{C} :

1. $z^3 - 6z^2 + 12z = 0$.
2. $z + 3i\bar{z} = 4 - 2i$.

Partie 4 - Nombres complexes dans le plan

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. L'unité graphique est 1 cm. On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i$ et $z_B = -1 + 2i$.

1. Placer les points A et B dans le plan complexe.
2. Placer le point C d'affixe $z_A z_B$ et le point D d'affixe \bar{z}_A .
3. Détermine l'affixe du point I, milieu du segment $[AB]$.

Exercice 3:

6,5 points

1. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un réel strictement positif non nul a Saisir un réel strictement positif non nul b ($b > a$) Saisir un entier naturel non nul N
Initialisation	Affecter à u la valeur a Affecter à v la valeur b Affecter à n la valeur 0
Traitement	TANTQUE $n < N$ Affecter à n la valeur $n + 1$ Affecter à u la valeur $\frac{a + b}{2}$ Affecter à v la valeur $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ Affecter à a la valeur u Affecter à b la valeur v
Sortie	Afficher u , afficher v

Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $a = 4$, $b = 9$ et $N = 2$. Les valeurs successives de u et v seront arrondies au millième.

n	a	b	u	v
0	4	9		
1				
2				

Dans la suite, a et b sont deux réels tels que $0 < a < b$. On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = a, v_0 = b \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \text{ et } v_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + v_n^2}{2}}$$

2. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n > 0$ et $v_n > 0$.
- b. Démontrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1}^2 - u_{n+1}^2 = \left(\frac{u_n - v_n}{2}\right)^2$.
- c. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n \leq v_n$.
3. a. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
- b. Comparer v_{n+1}^2 et v_n^2 . En déduire le sens de variation de la suite (v_n) .
4. Démontrer que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes.

Exercice 4:

4,5 points

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.

40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile. Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.

Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.

On considère les événements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »

M : « la grille est de niveau moyen »

D : « la grille est de niveau difficile »

R : « Pierre réussit la grille » et \bar{R} son événement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.
- b. Calculer la probabilité que la grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.
- c. Montrer que la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
3. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
4. Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : « Je pense que ta grille était facile ». Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.