DEVOIR BILAN 5		
Enseignants : LEDAUPHIN S. GREAU D. **Date** : 21/12/2012	**Nom** : **Prénom** : **Classe** :	**Note** :

Exercice 1: 3 points

Simplifier les expressions suivantes où $x \in]0;+\infty[$

- $A = \dfrac{\ln(x^2) - 3\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)}{5}$
- $B = 8\ln\left(\sqrt{x}\right) - \dfrac{3}{2}\ln\left(x^2\right)$
- $C = \dfrac{1}{15}\displaystyle\sum_{k=1}^{5}\ln(x^k)$

Exercice 2: 6 points

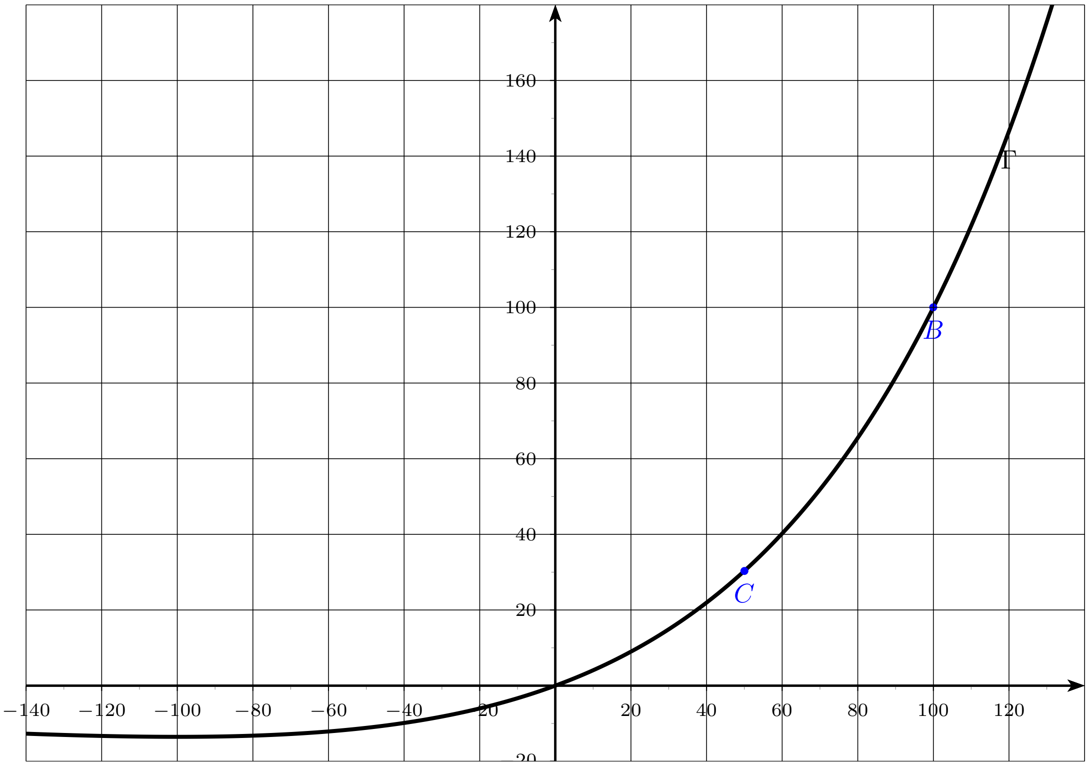
1. Écrire les nombres complexes suivants sous forme exponentielle :
   - $z_1 = -7 - 7i$
   - $z_2 = 4\sqrt{3} - 4i$
   - $z_3 = 6i$
2. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(z)$ tels que $|\overline{z} + 8 - 3i| = |8 - 6i|$
3. Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points $M(z)$ tels que $|z - i| = |z - 1|$.

Exercice 3: 11 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.

On considère les points B $(100\,;\,100)$ et C $\left(50\ ;\ \dfrac{50}{\sqrt{\mathrm{e}}}\right)$ et la droite (D) d'équation $y = x$.

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative, notée Γ , est donnée ci-dessous :



On suppose de plus qu'il existe deux réels a et b tels que :

- pour tout x réel, $f(x) = x\mathrm{e}^{ax+b}$.
- les points B et C appartiennent à la courbe Γ .

1. a. Montrer que le couple $(a\ ;\ b)$ est solution du système :

$$\begin{cases} 100a + b = 0 \\ 50a + b = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

   b. En déduire que, pour tout x réel, $f(x) = x\mathrm{e}^{0,01x-1}$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. a. Montrer que pour tout x réel, $f(x) = \dfrac{100}{\mathrm{e}} \times 0,01x\mathrm{e}^{0,01x}$

   b. En déduire la limite de f en $-\infty$.
4. Étudier les variations de la fonction f.On donnera le tableau de variations complet.
5. Étudier la position relative de la courbe Γ et de la droite (D).