

Devoir maison 4

Exercice 1:

12 points

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (x + 1)e^x - 2$$

- Étudier les variations de la fonction g .
- Montrer qu'il existe un unique $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $g(\alpha) = 0$.
- En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.
- Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^x - 2x + 1$$

- Étudier les variations de la fonction f .
 - Montrer que $f(\alpha) = \frac{1 + \alpha - 2\alpha^2}{1 + \alpha}$
 - Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. Démontrer l'existence d'une asymptote oblique Δ à la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction f en $-\infty$ dont on donnera l'équation.
4. Étudier les positions relatives de Δ et $\mathcal{C}$.

Exercice 2:

5 points

Résoudre les équations suivantes d'inconnue complexe z :

1. $Re\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$

2. $(i-1)z - 3i\bar{z} = 1 + 4i$

Exercice 3:

3 points

Une population comporte 0,2% de séropositifs du sida. Un test de dépistage présente les caractéristiques suivantes :

- Quand on fait passer ce test à une personne séropositive, il est positif dans 99% des cas.
- Quand on fait passer ce test à une personne séronégative, il est positif dans 0,1% des cas.

On fait passer ce test à une personne. Sachant que le test est positif, quelle est la probabilité que la personne soit effectivement séropositive ?