

## Formules de trigonométrie

### 1 Formules de duplication

Soit  $\theta$  et  $\theta'$  deux nombres réels :

1. Exprimer  $\cos(\theta + \theta')$  et  $\sin(\theta + \theta')$  en fonction de  $\cos\theta$ ,  $\sin\theta$ ,  $\cos\theta'$  et  $\sin\theta'$ .
2. Déterminer  $\cos 2\theta$  en fonction de  $\cos\theta$  et  $\sin 2\theta$  en fonction de  $\cos\theta$  et  $\sin\theta$ .
3. Déterminer  $\cos\frac{\pi}{8}$ ,  $\sin\frac{\pi}{8}$ ,  $\cos\frac{\pi}{12}$  et  $\sin\frac{\pi}{12}$ .
4. Montrer que  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$  et  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
5. Déterminer  $\cos 3\theta$  en fonction de  $\cos\theta$  et  $\sin 3\theta$  en fonction de  $\sin\theta$ .

### 2 Linéarisation

Soit  $\theta$  et  $\theta'$  deux nombres réels :

1. Montrer que  $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
2. Montrer que  $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
3. Montrer que  $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$

### 3 Une valeur approchée de $\cos\frac{\pi}{9}$

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$ .

1. Montrer que  $f$  s'annule trois fois sur  $[-1; 1]$  et déterminer les valeurs approchées de ces trois racines à  $10^{-2}$  près.
2. Montrer que  $\cos\frac{\pi}{9}$  est solution de  $f(x) = 0$ .
3. En déduire une valeur approchée de  $\cos\frac{\pi}{9}$  à  $10^{-2}$  près.