

## Fonctions composées

### A) Définition

La fonction  $f$  est appelée la composée de la fonction  $u$  suivie de la fonction  $v$ , si on a :

$$\begin{array}{c} x \xrightarrow{u} u(x) \xrightarrow{v} f(x) = v[u(x)] \\ \underbrace{\hspace{10em}}_f \end{array}$$

On note  $f = v \circ u$

### B) Exercices

Soit  $f, g, h, m$  et  $n$  cinq fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 \quad ; \quad g(x) = 3x - 1 \quad ; \quad h(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad m(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad n(x) = 5x^2 - 4x + 2$$

1. Déterminer  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .
2. Résoudre l'équation  $f(g(x)) = g(f(x))$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Compléter le tableau ci-dessous :

|   | f           | g           | h | m | n |
|---|-------------|-------------|---|---|---|
| f |             | $f \circ g$ |   |   |   |
| g | $g \circ f$ |             |   |   |   |
| h |             |             |   |   |   |
| m |             |             |   |   |   |
| n |             |             |   |   |   |

4. Décomposer chacune des fonctions ci-dessous comme composée de fonctions usuelles :

$$\begin{array}{llll} \text{a. } f_1(x) = x^4 + 6x^2 - 4 & \text{c. } f_3(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} - 4 & \text{e. } f_5(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{g. } f_7(x) = \frac{3x^2 + 18x - 14}{x^2 + 6x - 3} \\ \text{b. } f_2(x) = \frac{1}{5x - 3} & \text{d. } f_4(x) = \sqrt{x^2 + 6x - 4} & \text{f. } f_6(x) = (x^2 + 6x - 4)^3 & \text{h. } f_8(x) = x + 6\sqrt{x} - 4 \end{array}$$

5. Déterminer les fonctions affines  $f$  et  $g$  tels que  $f \circ g = g \circ f$ .
6. Déterminer deux fonctions polynômes du second degré  $f$  et  $g$  tels que  $f \circ g = g \circ f$ .