

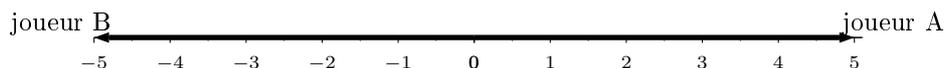
## Approximation d'une probabilité

### A) Présentation

Deux joueurs  $A$  et  $B$  de niveaux différents s'affrontent en duel aux échecs selon les modalités suivantes :

- un joueur marque 1 point s'il gagne une partie et  $-1$  s'il perd ;
- est considéré vainqueur du duel le premier des deux joueurs qui arrivent à 5 points ;
- à chaque partie le joueur  $A$  (le plus fort des deux) à 6 chances sur 10 de gagner.

Le déroulement de ce jeu peut-être assimilé au déplacement aléatoire d'un pion sur un axe vertical : au départ, le pion est à l'origine ; si  $A$  gagne une partie, le pion se déplace de 1 vers la droite et si  $B$  gagne une partie, le pion se déplace de 1 vers la gauche.



### B) Simulation d'un duel

1. Simuler une partie puis un duel à l'aide d'une feuille de tableur.
2. On note  $X$  la variable aléatoire qui associe la victoire de  $B$  à  $-5$  et la victoire de  $A$  à  $5$ .  
Peut-on déterminer  $P(X = -5)$  et  $P(X = 5)$  ?
3. On note  $N$  la variable aléatoire qui indique le nombre de parties jouées jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant du duel.  
Déterminer  $N(\Omega)$  puis  $P(N = 5)$ .
4. Compléter puis entrer l'algorithme suivant dans le logiciel AlgoBox sachant que  $p$  désigne l'abscisse du pion et  $n$  désigne le nombre de parties jouées.

```

1  VARIABLES
2  p EST_DU_TYPE NOMBRE
3  g EST_DU_TYPE NOMBRE
4  n EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  n PREND_LA_VALEUR 0
7  p PREND_LA_VALEUR 0
8  TANT_QUE (abs(p) != ..... ) FAIRE
9  DEBUT_TANT_QUE
10 g PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(.....)
11 SI (g <= ..... ) ALORS
12 DEBUT_SI
13 p PREND_LA_VALEUR p+1
14 FIN_SI
15 SINON
16 DEBUT_SINON
17 p PREND_LA_VALEUR .....
18 FIN_SINON
19 n PREND_LA_VALEUR n+1
20 FIN_TANT_QUE
21 AFFICHER .....
22 AFFICHER .....
23 FIN_ALGORITHME

```

5. Quel est le rôle de la variable  $g$  ? Que renvoie cet algorithme ?

### C) Simulations de duels

On note  $f_A$  la fréquence de victoire du joueur  $A$  pour un nombre  $n$  de duels fixés. D'après le cours de seconde, on sait que plus on effectue de duels, plus  $f_A$  se rapproche de  $P(X = 5)$ . Plus précisément,  $P(X = 5)$  à une probabilité de 0,95 d'être dans l'intervalle :

$$\left[ f_A - \frac{1}{\sqrt{n}}; f_A + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Cet intervalle est appelé **intervalle de confiance** au niveau de confiance de 95%.

1. Déterminer le nombre  $n$  de duels à simuler pour obtenir un encadrement de  $P(X = 5)$  à  $10^{-2}$  au niveau de confiance de 95%.
2. Modifier l'algorithme précédent et simuler  $n$  parties.
3. Conclure.
4. Modifier l'algorithme précédent pour estimer le nombre moyen de parties par duel.