

Équations et fonctions complexes

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

1. $7x^2 - 6x + 2 = 0$

2. $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$

3. $\frac{7x-1}{x^2+1} = 2$

4. $(x-3)^4 - 9x^4 - 12x^2 - 4 = 0$

Exercice 2:

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{C} :

1. $7z^2 - 6z + 2 = 0$

2. $\frac{z-2i}{z+3i} = 5$

3. $\frac{z-1}{z^2+1} = 8$

4. $\bar{z} + (3+i)z = 3 - 5i$

5. $z\bar{z} = 4$

6. $z^3 - 1 = 0$ (On pourra démontrer au préalable que $(z-1)(z^2+z+1) = z^3-1$)

Exercice 3:

Soit $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ la fonction telle que, pour $z \in \mathbb{C}$:

$$f(z) = \frac{2z - \bar{z} + 1}{z + \bar{z}} - iz(z - \bar{z})$$

1. Préciser le domaine de définition de f .
2. Montrer que si z est réel non-nul, alors $f(z)$ est réel.
3. Pour tous les nombres réels x et y , calculer $f(x + iy)$.
4. Résoudre l'équation $f(z) = 0$