Vecteurs coplanaires et repérage

Exercice 1:

Démontrer que si A, B et C sont trois points non-alignés de l'espace, le plan (ABC) est l'ensemble des points M définis par $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.

Définition:

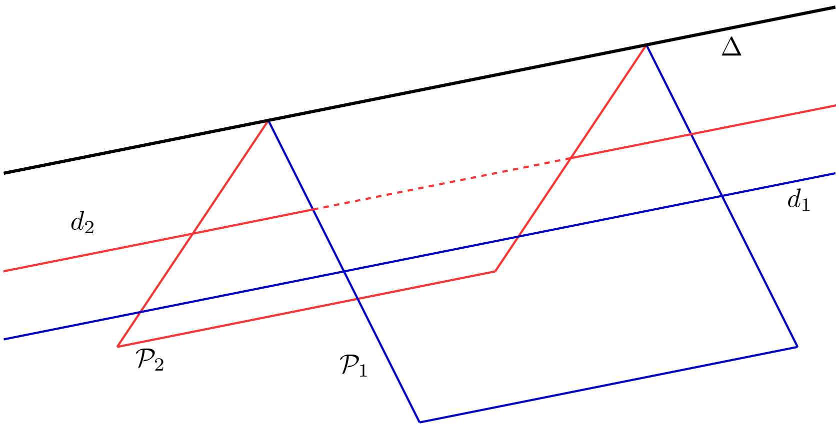
On dit que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si lorsqu'on choisit un point A quelconque, les points B, C et D tels que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AD}$ sont dans un même plan.

Exercice 2:

$\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont trois vecteurs tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si et seulement s'il existe deux nombres réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$.

Exercice 3:

Démontrer le théorème du toit :



Soit d_1 et d_2 deux droites parallèles contenues respectivement dans deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$. Si $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ s'intersectent en une droite Δ alors d_1 et d_2 sont parallèles à Δ.

Exercice 4:

$\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ est un repère de l'espace. Pour tout point M de l'espace, démontrer qu'il existe un triplet de nombres $(x; y; z)$ tel que :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$$

Exercice 5:

$\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ est un repère de l'espace.

On considère $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ deux points distincts de l'espace. Déterminer :

1. les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$;
2. les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$;
3. la norme de $\overrightarrow{AB}$ dans le cas où $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ est un repère orthonormé.