Limites et comparaisons

Exercice 1:

Démontrer le théorème suivant :

Soit (u_n) et (v_n) deux suites telles que, à partir d'un certain rang, on ait :

$$u_n \leq v_n$$

alors si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ alors

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$$

Exercice 2:

Déterminer dans chaque cas, si elle existe, la limite de la suite (u_n) définie par :

1. $u_n = n^2 + (-1)^n n$

3. $u_n = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$

2. $u_n = \frac{2n+3}{\cos(n)+n}$

4. $u_n = 3 + \frac{\sin(1+n^2)}{n}$ (pour $n > 0$)

Exercice 3:

Soit $a \in \mathbb{R}^+$. Démontrer que pour tout entier n , $(1+a)^n \geq 1+na$

Exercice 4:

Démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ pour $q > 1$.