Chapitre 3: Suites II

1 Limite d'une suite géométrique

Théorème:
q désigne un nombre réel.
- *Si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$*
- *Si $-1 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$*
- *Si $q < -1$ alors (q^n) n'a pas de limite.*

2 Convergence des suites monotones

Définition:
Soit (u_n) une suite,
- *s'il existe un réel M tel que $u_n \leqslant M$ pour tout n alors on dit que (u_n) est majorée par M. M est alors un majorant de la suite (u_n) ;*
- *s'il existe un réel m tel que $m \leqslant u_n$ pour tout n alors on dit que (u_n) est minorée par m. m est alors un minorant de la suite (u_n) ;*
- *si (u_n) est à la fois majorée et minorée, on dit que (u_n) est bornée.*

Théorème: (admis)
- *Si une suite est croissante et majorée alors elle converge.*
- *Si une suite est décroissante et minorée alors elle converge.*

Remarque:
Cette propriété permet de montrer qu'une suite est convergente mais ne fournit pas sa limite.

Propriété:
- *Si une suite (u_n) est croissante et non majorée alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.*
- *Si une suite (u_n) est décroissante et non minorée alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.*

Propriété:
- *Si une suite (u_n) est croissante et admet pour limite l alors pour tout entier naturel n, $u_n \leq l$.*
- *Si une suite (u_n) est décroissante et admet pour limite l alors pour tout entier naturel n, $u_n \geq l$.*