

# Propriétés de la fonction logarithme

## 1 Produit

1. Compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice, on arrondira les valeurs à  $10^{-2}$  près.

$a$	2	4	12	$\sqrt{2}$
$b$	3	5	79	$\pi$
$\ln ab$				
$\ln a + \ln b$				

Quelle conjecture peut-on faire ?

2. Soit  $a > 0$  et  $b > 0$ .
- Montrer que  $e^{\ln(a)+\ln(b)} = ab$ .
  - Simplifier  $e^{\ln(ab)}$ .
  - Conclure.

## 2 Quotient

Soit  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs.

- Montrer que  $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$
- En déduire que  $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ .

## 3 Racine carré

Soit  $a$  un réel strictement positif. En utilisant la propriété du produit, montrer que  $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln(a)$ .

## 4 Puissances

Soit  $a$  un réel strictement positif. Montrer par récurrence que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\ln a^n = n \ln a$ .

**Application :** Exprimer en fonction de  $\ln(3)$  les nombres :

- |                                  |                                  |                                       |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| a. $\ln(27)$                     | d. $\ln(\sqrt{3})$               | g. $\ln(63) - \ln(7)$                 |
| b. $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$ | e. $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$ | h. $2\ln(6) - \ln(4)$                 |
| c. $\ln(2187)$                   | f. $\ln(9\sqrt{3})$              | i. $\frac{\ln(3^5)}{\ln(3^3)} \ln(3)$ |