

DEVOIR BILAN 4		
Enseignant : GREAU D. Date : 19/12/2013	Nom : Prénom : Classe :	Note :

Exercice 1:

8 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}, \vec{v})$. Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i$ et $z_B = 4e^{i\frac{5\pi}{6}}$. On placera les points au fur et à mesure de l'exercice.

- Déterminer la forme exponentielle de l'affixe du point A .
- Déterminer la forme algébrique de l'affixe du point B .
- Déterminer l'affixe z_C du point C tel que $z_C = z_A \overline{z_B}$ sous forme exponentielle. (On ne placera pas C)
- Déterminer l'affixe z_D du point D tel que $z_D = (z_A)^2$ sous forme exponentielle puis sous forme algébrique.
- Déterminer l'affixe z_E du point E tel que $z_E = \frac{1}{z_B}$ sous forme exponentielle puis sous forme algébrique.
- Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(z)$ tels que $|z - z_A| = |z - z_B|$ puis représenter $\mathcal{E}$.
- Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points $M(z)$ tels que $|z - z_A| = |z_A - z_B|$ puis représenter $\mathcal{F}$.

Exercice 2:

12 points

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x(e^x - e)$$

- Étudier le signe de g sur $\mathbb{R}$.
- Soit g' la fonction dérivée de la fonction g . Calculer $g'(x)$ pour tout réel x sur $\mathbb{R}$.
- Vérifier que la fonction dérivée seconde g'' est définie sur $\mathbb{R}$ par $g''(x) = (2 + x)e^x$.
- En déduire les variations de la fonction g' sur $\mathbb{R}$.
- Établir que l'équation $g'(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$.
- Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
- En déduire les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
- Démontrer que $e^\alpha = \frac{e}{1 + \alpha}$
- Déterminer la tangente à la courbe de la fonction g en 0 puis démontrer que cette tangente est située sous la courbe de la fonction g .