Devoir maison 6

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ par $f(x) = x^2 ln(x) - ln16$

1. Exprimer $f(4)$ en fonction de $\ln 2$.
2. Déterminer les variations de f.
3. En déduire le signe de f.
4. Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$
5. Déterminer l'entier n tel que $n < \alpha < n+1$.
6. Ecrire un algorithme permettant de déterminer α à 10^{-4} près puis programmer cet algorithme sous AlgoBox[1].
7. Soit F la fonction définie sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ par :

$$F(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{x} f(t)\mathtt{d}t$$

   a. Tracer dans un repère la courbe de la fonction f pour $x \in \left[\frac{1}{2};3\right]$.

   b. Déterminer $F(3)$ à l'aide de votre calculatrice. Interpréter graphiquement ce résultat.

   c. Etudier les variations de F sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$.

   d. Déterminer $F\left(\frac{1}{2}\right)$ puis montrer que pour pour tout réel $x \in \left[\frac{1}{2};+\infty\right[$, $F(x) = \frac{x^3}{3}\left(\ln x - \frac{1}{3}\right) - x\ln 16 + k$ où k est une constante que l'on déterminera.

   e. Tracer dans un repère le même repère la courbe de la fonction F pour $x \in \left[\frac{1}{2};4\right]$.

   f. Déterminer l'aire[2] entre la courbe de la fonction f et l'axe des abscisses pour $x \in \left[\frac{1}{2};4\right]$

1. A envoyer par e-lyco.
2. Il y a un piège !