

## Devoir maison 8

On considère la fonction définie sur  $I = ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$  par :

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

1. Montrer que  $f$  est bien définie sur  $I$ .
2. Étudier le signe de  $f$  sur  $I$ .
3. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
4. Montrer que :
  - a.  $f$  est périodique de période  $\pi$ .
  - b.  $f$  est impaire.
5. Montrer que pour tout réel  $x \in I$ ,  $f'(x) = 1 + f^2(x)$
6. En déduire les variations de  $f$  sur  $I$ .
7. Compléter le tableau ci-dessous :

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin(x)$				
$\cos(x)$				
$\tan(x)$				

8. Tracer  $C_f$  la courbe de la fonction  $f$  dans un repère du plan.
9. Déterminer l'équation de la tangente  $\Delta$  à  $C_f$  au point d'abscisse 0 puis tracer  $\Delta$  dans le même repère que  $C_f$ .

La fonction  $f$  est appelée la fonction tangente et est notée  $\tan(x)$ .