

Suite et somme

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier non-nul par :

$$u_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

1. Déterminer u_1 et u_2 .
2. Étudier les variations et le comportement asymptotique de la suite (u_n) .
3. On considère à présent la suite (S_n) définie pour tout entier non-nul par :

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

- a. Déterminer S_1, S_2, S_3 et S_4 .
- b. Déterminer à l'aide d'un tableur les mille premiers termes de la suite (S_n)
- c. Étudier les variations de la suite (S_n) .
- d. Conjecturer le comportement asymptotique de la suite (S_n) .
- e. Montrer que pour tout entier k non-nul,

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

- f. Déterminer S_4 en utilisant ce transformation d'écriture.
 - g. En déduire S_n en fonction de n .
 - h. Conclure.
4. Étudier de la même manière la suite (V_n) définie pour tout entier non-nul par :

$$V_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$$