

## Localiser une solution de $f(x)=0$

### 1. Un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires

#### Théorème:

Soit  $f$  une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle  $[a; b]$  tel que  $f(a)$  et  $f(b)$  sont de signes contraires. L'équation  $f(x) = 0$  admet alors une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[a; b]$ .

1. Démontrer le théorème ci-dessus.
2. Démontrer l'équation  $x^3 - 3x^2 + 4x - 1 = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Encadrer  $\alpha$  entre deux entiers consécutifs.

Le théorème ci-dessus donne l'existence d'un réel  $\alpha$  dans l'intervalle  $[a; b]$  tel que  $f(\alpha) = 0$  mais ne nous donne pas le moyen de trouver  $\alpha$  ou une valeur approchée de  $\alpha$ .

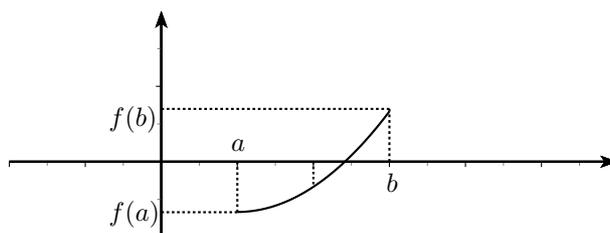
### 2. Un premier algorithme

Variables :  
 $a, p$   
Algorithme :  
 Saisir  $a$   
 Saisir  $p$   
 Tant que  $f(a) \times f(a + p) > 0$  faire  
      $a$  reçoit  $a + p$   
 FinTant  
 Afficher  $a$   
 Afficher  $a + p$

1. Programmer l'algorithme ci-dessous à l'aide du logiciel Algobox :
2. Expliquer le fonctionnement de cet algorithme.
3. Trouver un encadrement d'amplitude  $10^{-4}$  de  $\alpha$ .

### 3. L'algorithme de dichotomie

L'idée de cet algorithme est la suivante. On note  $p$  le pas qui correspondra à la précision obtenue pour l'encadrement de  $\alpha$  :



- si  $f(a) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$  alors on remplace  $b$  par  $\frac{a+b}{2}$  sinon on remplace  $a$  par  $\frac{a+b}{2}$  ;
  - On recommence jusqu'à ce que  $b - a < p$ .
1. Programmer l'algorithme de dichotomie à l'aide du logiciel Algobox.
  2. Trouver un encadrement d'amplitude  $10^{-4}$  de  $\alpha$ .