

Formules de trigonométrie

1 Formules de duplication

Soit θ et θ' deux nombres réels :

1. Exprimer $\cos(\theta + \theta')$ et $\sin(\theta + \theta')$ en fonction de $\cos\theta$, $\sin\theta$, $\cos\theta'$ et $\sin\theta'$.
2. Déterminer $\cos 2\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin 2\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin\theta$.
3. Déterminer $\cos\frac{\pi}{8}$, $\sin\frac{\pi}{8}$, $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.
4. Montrer que $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
5. Déterminer $\cos 3\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin 3\theta$ en fonction de $\sin\theta$.

2 Linéarisation

Soit θ et θ' deux nombres réels :

1. Montrer que $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
2. Montrer que $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
3. Montrer que $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$

3 Une valeur approchée de $\cos\frac{\pi}{9}$

Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$.

1. Montrer que f s'annule trois fois sur $[-1; 1]$ et déterminer les valeurs approchées de ces trois racines à 10^{-2} près.
2. Montrer que $\cos\frac{\pi}{9}$ est solution de $f(x) = 0$.
3. En déduire une valeur approchée de $\cos\frac{\pi}{9}$ à 10^{-2} près.