

Étude de fonction

Soit f_k la fonction définie par $f_k(x) = \ln(k + kx + x^2)$.

1. Pour quelle(s) valeur(s) du paramètre k la fonction f_k est-elle définie sur \mathbb{R} ?
2. **Étude de f_1 :**
 - a. Étudier les variations de f_1 .
 - b. Étudier le signe de f_1 .
 - c. Montrer que les tangentes à la courbe de la fonction f_1 aux points d'abscisses -1 et 0 se coupent en $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
3. **Étude de général pour $k \in]0; 4[$:**
 - a. Étudier les variations de f_k en fonction de k
 - b. Étudier le signe de f_k en fonction de k
 - c. Montrer que le minimum de la fonction f_k a pour coordonnées $\left(-\frac{k}{2}; \ln\left(k - \frac{k^2}{4}\right)\right)$
 - d. En déduire que le « sommet » de la courbe de la fonction f_k appartient à la courbe de la fonction $g : x \mapsto \ln(-x^2 - 2x)$
4. Étudier le domaine de définition, les variations et le signe de f_5 .