

Fonctions composées

I Définition

La fonction f est appelée la composée de la fonction u suivie de la fonction v , si on a :

$$\begin{array}{c} x \xrightarrow{u} u(x) \xrightarrow{v} f(x) = v[u(x)] \\ \underbrace{\hspace{10em}}_f \end{array}$$

On note $f = v \circ u$

II Exercices

Soit f, g, h, m et n cinq fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 \quad ; \quad g(x) = 3x - 1 \quad ; \quad h(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad m(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad n(x) = 5x^2 - 4x + 2$$

- Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.
- Résoudre l'équation $f(g(x)) = g(f(x))$ sur $\mathbb{R}$.
- Compléter le tableau ci-dessous :

	f	g	h	m	n
f		$f \circ g$			
g	$g \circ f$				
h					
m					
n					

- Décomposer chacune des fonctions ci-dessous comme composée de fonctions usuelles :

$$\begin{array}{llll} \text{a. } f_1(x) = x^4 + 6x^2 - 4 & \text{c. } f_3(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} - 4 & \text{e. } f_5(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{g. } f_7(x) = \frac{3x^2 + 18x - 14}{x^2 + 6x - 3} \\ \text{b. } f_2(x) = \frac{1}{5x - 3} & \text{d. } f_4(x) = \sqrt{x^2 + 6x - 4} & \text{f. } f_6(x) = (x^2 + 6x - 4)^3 & \text{h. } f_8(x) = x + 6\sqrt{x} - 4 \end{array}$$

- Déterminer les fonctions affines f et g tels que $f \circ g = g \circ f$.
- Déterminer deux fonctions polynômes du second degré f et g tels que $f \circ g = g \circ f$.