

## Étude d'une fonction rationnelle...suite

**Définition:**

Soit  $\Delta$  une droite d'équation  $y = ax + b$  et  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère. Si :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$$

alors on dit que  $\Delta$  est une asymptote oblique à la courbe  $\mathcal{C}$  en  $+\infty$ .

1. Étudier le signe, les variations et les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x + 4}{2x + 4}$$

2. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 - \frac{4}{x+2}$ .

3. En déduire l'existence d'une asymptote oblique  $\Delta$  à la courbe  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

4. Étudier les positions relatives de  $\Delta$  et  $\mathcal{C}$ .

5. Montrer que la courbe de la fonction  $g$  définie par :

$$g(x) = \frac{x^2 + x + \sin^2(x)}{x}$$

admet une asymptote oblique en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .