

107 page 314

- A. 1. a. $I(1; 1; -1)$, $J(3; -3; 3)$ et $K\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$
- b. $\overrightarrow{IJ}(2; -4; 4)$ et $\overrightarrow{IK}\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ ne sont pas colinéaires donc I , J et K ne sont pas alignés.
2. On remarque que $\overrightarrow{IJ} = 2\vec{u}$ et $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\vec{v}$ donc les plans (IJK) et $\mathcal{P}(I, \vec{u}, \vec{v})$ sont dirigés par des couples de vecteurs coplanaires. Or ces deux plans ont en commun le point I donc ils sont confondus.
3. a. $\overrightarrow{AD}(6; -2; 2)$ donc $(AD) : \begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = -2t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$
- b. Pour répondre à cette question, on montre que le point L appartient à (AD) pour $t = \frac{1}{4}$ et puis on montre que $\overrightarrow{LI}$, $\overrightarrow{LJ}$ et $\overrightarrow{LK}$ sont coplanaires. Pour cela, on cherche a et b tels que $\overrightarrow{LI} = a\overrightarrow{LJ} + b\overrightarrow{LK}$ et on trouve $a = -\frac{1}{3}$ et $b = \frac{2}{3}$.
- c. $\overrightarrow{AL}\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ donc $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
- B. On se place dans le repère $(D; \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$ et on trouve que $L\left(0; 0; \frac{3}{4}\right)$, $I\left(1; 0; \frac{1}{2}\right)$, $J\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$ et $K\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$. Ainsi

$$(IK) : \begin{cases} x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \\ z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

et

$$(LJ) : \begin{cases} x = \frac{3}{4}s \\ y = \frac{1}{4}s \\ z = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}s \end{cases}, s \in \mathbb{R}$$

On peut alors montrer que ces droites s'intersectent en $S\left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$ pour $s = \frac{1}{2}$ et $t = \frac{1}{4}$ donc les points I , J , K et L sont coplanaires.