

BAC BLANC - Obligatoire

Enseignants : SECHER P. GREAU D. Date : 03/03/2015	Nom : Prénom : Classe :	Note : Durée : 4 heures
--	-------------------------------	--------------------------------

Exercice 1:

5 points

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et **justifier** la réponse choisie.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.

Une réponse **non justifiée** n'est pas prise en compte.

Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

- **Proposition 1** : Toute suite positive croissante tend vers $+\infty$.

- g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x + 1 - e^{2x+1}$

Proposition 2 : Sur $\mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 2x$ a une unique solution : $-\frac{1}{2}$.

Proposition 3 : Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$ est : -1 .

- L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
 $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ sont les plans d'équations respectives : $2x + 3y - z - 11 = 0$ et $x + y + 5z - 11 = 0$.

Proposition 4 : Les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ se coupent perpendiculairement.

Proposition 5 : Les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ s'intersectent en une droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 - 16t \\ y = 3 + 11t \\ z = 2 + t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

Exercice 2:

4 points

Un laboratoire pharmaceutique propose des tests de dépistage de diverses maladies. Son service de communication met en avant les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'une personne malade présente un test positif est 0,99 ;
- la probabilité qu'une personne saine présente un test positif est 0,001.

1. Pour une maladie qui vient d'apparaître, le laboratoire élabore un nouveau test. Une étude statistique permet d'estimer que le pourcentage de personnes malades parmi la population d'une métropole est égal à 0,1 %. On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.

On note M l'événement « la personne choisie est malade » et T l'événement « le test est positif ».

a. Traduire l'énoncé sous la forme d'un arbre pondéré.

b. Démontrer que la probabilité $P(T)$ de l'événement T est égale à $1,989 \times 10^{-3}$.

c. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse? Justifier la réponse.

Affirmation : « Si le test est positif, il y a moins d'une chance sur deux que la personne soit malade ».

2. Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu'une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 0,95. On désigne par x la proportion de personnes atteintes d'une certaine maladie dans la population.

A partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise-t-il le test correspondant ?

Exercice 3:

6 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x e^{-x}.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

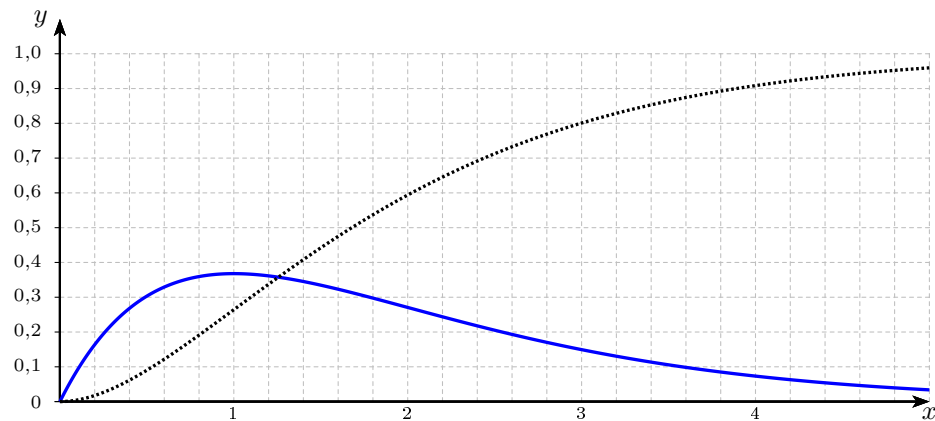
Partie A

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$. Déterminer $f'(x)$.
2. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
3. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Quelle interprétation graphique peut-on faire de ce résultat ?

Partie B

Soit $\mathcal{A}$ la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ de la façon suivante : pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, $\mathcal{A}(t)$ est l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = t$.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction $\mathcal{A}$.
2. On admet que l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses est égale à 1 unité d'aire. Que peut-on conjecturer pour la fonction $\mathcal{A}$?
3. On cherche à prouver l'existence d'un nombre réel α tel que la droite d'équation $x = \alpha$ partage le domaine compris entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$, en deux parties de même aire, et à trouver une valeur approchée de ce réel.
 - a. Démontrer que l'équation $\mathcal{A}(t) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
 - b. Sur le graphique ci-dessous sont tracées la courbe $\mathcal{C}$, ainsi que la courbe Γ représentant la fonction $\mathcal{A}$.
 - i. Identifier les courbes $\mathcal{C}$ et Γ , puis tracer la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$.
 - ii. En déduire une valeur approchée du réel α .
 - iii. Hachurer le domaine correspondant à $\mathcal{A}(\alpha)$.



4. On définit la fonction g sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = (x + 1) e^{-x}$.
 - a. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$. Déterminer $g'(x)$.
 - b. En déduire, pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, une expression de $\mathcal{A}(t)$.
 - c. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de $\mathcal{A}(6)$.

Exercice 4:

5 points

Un volume constant de 2200 m³ d'eau est réparti entre deux bassins A et B. Le bassin A refroidit une machine. Pour des raisons d'équilibre thermique on crée un courant d'eau entre les deux bassins à l'aide de pompes. On modélise les échanges entre les deux bassins de la façon suivante :

- au départ, le bassin A contient 800 m³ d'eau et le bassin B contient 1400 m³ d'eau ;
- tous les jours, 15 % du volume d'eau présent dans le bassin B au début de la journée est transféré vers le bassin A ;
- tous les jours, 10 % du volume d'eau présent dans le bassin A au début de la journée est transféré vers le bassin B.

Pour tout entier naturel n , on note :

- a_n le volume d'eau, exprimé en m³, contenu dans le bassin A à la fin du n -ième jour de fonctionnement ;
- b_n le volume d'eau, exprimé en m³, contenu dans le bassin B à la fin du n -ième jour de fonctionnement.

On a donc $a_0 = 800$ et $b_0 = 1400$.

1. Par quelle relation entre a_n et b_n traduit-on la conservation du volume total d'eau du circuit ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 330$.
3. L'algorithme ci-dessous permet de déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle a_n est supérieur ou égal à 1100. Compléter les parties manquantes.

Variables	: n est un entier naturel a est un réel
Initialisation	: Affecter à n la valeur 0 Affecter à a la valeur 800
Traitement	: Tant que $a < 1100$, faire : Affecter à a la valeur ... Affecter à n la valeur ... Fin Tant que
Sortie	: Afficher n

4. Pour tout entier naturel n , on note $u_n = a_n - 1320$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $a_n = 1320 - 520 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
5. On cherche à savoir si, un jour donné, les deux bassins peuvent avoir, au mètre cube près, le même volume d'eau. Proposer une méthode pour répondre à ce questionnement.
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation