

Relation de Chasles et valeur moyenne

Exercice 1:

Démontrer le théorème suivant : Soit f une fonction continue sur I et a, b, c trois réels de I alors

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

Exercice 2:

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{si } -1 \leq x \end{cases}$

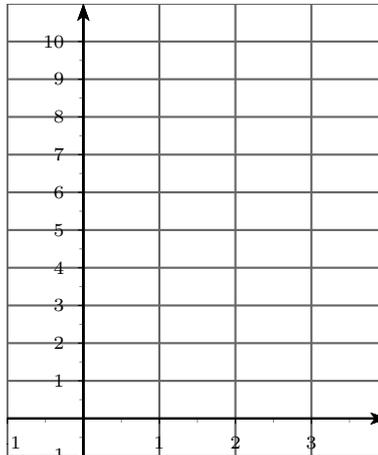
1. Tracer dans un repère la courbe de la fonction f sur $[-4; 5]$.
2. Calculer $\int_{-3}^{-1} f(x)dx$ puis $\int_{-1}^5 f(x)dx$. En déduire $\int_{-3}^5 f(x)dx$.

Exercice 3:

Soit f une fonction continue sur $[a; b]$. La valeur moyenne de la fonction f sur $[a; b]$ est le nombre μ défini par :

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$$

1. Déterminer la valeur moyenne de $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x$ sur $[1; 3]$.
2. Tracer dans le repère ci-dessous la courbe de la fonction f sur $[1; 3]$.



3. Interpréter graphiquement μ .

Exercice 4:

Démontrer le théorème suivant :

Soit f une fonction continue sur $[a; b]$ et soit m et M deux réels tels que $m \leq f(x) \leq M$ pour $x \in [a; b]$. On a alors

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

Exercice 5:

En utilisant l'inégalité de la moyenne, donner un encadrement de $\int_1^3 e^{x^2} dx$.