

Intégrale d'une fonction continue

Exercice 1:

Démontrer que toute fonction **continue** sur un intervalle $[a; b]$ admet des primitives sur $[a; b]$.

On admettra que toute fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ admet un minimum m et un maximum M .

Exercice 2:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 4$. On cherche à déterminer l'aire $\mathcal{A}$ comprise entre la courbe d'équation $y = f(x)$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$.

1. Tracer la courbe de la fonction f dans un repère d'unité 1 cm et hachurer l'aire que l'on veut calculer.
2. Déterminer $\mathcal{A}$.
3. Déterminer $\int_1^4 f(x) dx$.

Exercice 3:

Calculer les intégrales suivantes :

a. $\int_0^2 \frac{3x}{(x^2 + 2)^2} dx$

c. $\int_0^3 1 - \frac{1}{2}e^x dx$

e. $\int_0^\pi \cos(2t) dt$

b. $\int_{-3}^2 5x(x^2 - 8)^2 dx$

d. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta$

f. $\int_0^4 \frac{5}{\sqrt{x+5}} dx$