Chapitre 17: Exponentielle II

1 Croissances comparées

Propriété:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty \qquad \lim_{x\to-\infty}xe^x=0 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

2 Dérivation et primitive

Théorème:
Soit $x\longmapsto u(x)$ une fonction dérivable sur un intervalle I. La fonction $x\longmapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I et

$$\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)}$$

Exemple:
Soit $u:x\longmapsto -\dfrac{x^2}{2}$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
u est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et $u'(x)=-x$. Ainsi, la fonction $f:x\longmapsto e^{-\frac{x^2}{2}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$f'(x)=-xe^{-\frac{x^2}{2}}$$

Théorème:
Soit $x\longmapsto u(x)$ une fonction dérivable sur un intervalle I. La fonction $u'(x)e^{u(x)}$ admet des primitives de la forme $e^{u(x)}+k$ avec $k\in\mathbb{R}$.

Exemple:
Soit la fonction $f:x\longmapsto 2xe^{-1+x^2}$
$u:x\longmapsto 1+x^2$ est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ avec $u'(x)=2x$ donc f admet des primitives de la forme

$$F(x)=e^{1+x^2}+k$$