

Propriétés de la fonction logarithme

1 Produit

1. Compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice :

a	2	4	12	$\sqrt{2}$
b	3	5	79	π
$\ln ab - (\ln a + \ln b)$				

Quelle conjecture peut-on faire ?

2. Soit $a > 0$ et $b > 0$.
- Montrer que $e^{\ln(a)+\ln(b)} = ab$.
 - Simplifier $e^{\ln(ab)}$.
 - Conclure.

2 Quotient

Soit a et b deux réels strictement positifs.

- Montrer que $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$
- En déduire que $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

3 Racine carré

Soit a un réel strictement positif. En utilisant la propriété du produit, montrer que $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln(a)$.

4 Puissances

Soit a un réel strictement positif. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\ln a^n = n \ln a$.

5 Applications

Exprimer en fonction de $\ln(3)$ les nombres :

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| a. $\ln(27)$ | d. $\ln(\sqrt{3})$ | g. $\ln(63) - \ln(7)$ |
| b. $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$ | e. $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$ | h. $2 \ln(6) - \ln(4)$ |
| c. $\ln(2187)$ | f. $\ln(9\sqrt{3})$ | i. $\frac{\ln(3^5)}{\ln(3^3)} \ln(3)$ |