

Forme trigonométrique

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}, \vec{v})$.

1 Module

a. Soit M un point d'affixe $z = a + ib$. Déterminer la distance OM .

La distance OM est appelé **module** du nombre complexe z . On le note $|z|$.

b. Déterminer le module des nombres complexes suivants : $-2i$; $3 + 2i$; -5 ; $-1 - i$; $\sqrt{2}(1 + i)$

c. Démontrer que pour tout nombre complexe z , $z\bar{z} = |z|^2$

2 Argument

Soit M un point d'affixe $z = a + ib$. On note θ une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$.

Toute mesure en radians de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ est appelée **argument** du nombre complexe z . On la note $arg(z)$.

Déterminer un argument des nombres complexes suivants : $-2i$; $\sqrt{3} - i$; -5 ; $-1 - i$

3 Forme trigonométrique

a. Soit M un point d'affixe $z = a + ib$. Exprimer l'affixe de z en fonction de $r = |z|$ et $\theta = arg(z)$.

Cette écriture est appelé forme trigonométrique du nombre complexe z .

b. La forme trigonométrique est-elle unique? Justifier votre réponse par un exemple.

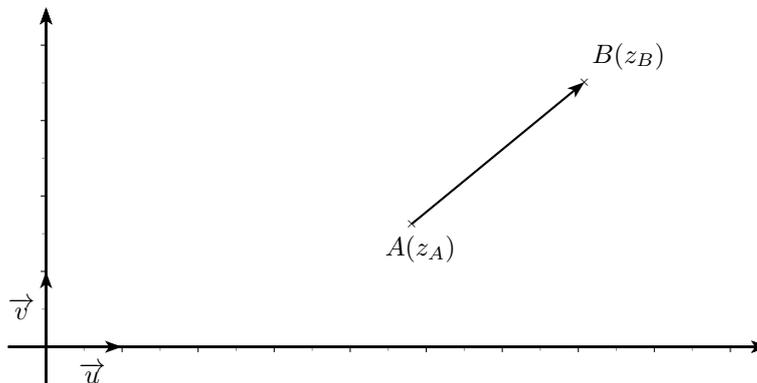
c. Déterminer une forme trigonométrique des nombres complexes suivants : $3i$; $2 - 2\sqrt{3}i$; -3 ; $-4 - 4i$ et $2\sqrt{3} - 2i$

d. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe z tel que $z = 4 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$.

e. Déterminer une forme trigonométrique et la forme algébrique du nombre complexe z tel que $|z| = 5$ et $arg(z) = \frac{\pi}{3}$.

4 Applications géométriques

Soit $A(z_A)$ et $B(z_B)$ deux points du plan complexe tels que $z_A = x_A + iy_A$ et $z_B = x_B + iy_B$



a. Déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur \overrightarrow{AB} . En déduire son affixe.

b. Soit M le point tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.

i. Placer le point M dans le repère ci-dessus.

ii. Déterminer l'affixe du point M en fonction des affixes des points A et B .

iii. Déterminer le module et l'argument de l'affixe du point M en fonction des affixes des points A et B .

iv. En déduire la distance AB et une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{AB})$.

c. Soit A et B sont deux points d'affixes $z_A = 3 + i$ et $z_B = 4 + (1 + \sqrt{3})i$.

Déterminer la distance AB et une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{AB})$.