

## Limite en un réel $a$

### Définitions

On dit que la limite de  $f$  en  $a$  est  $l$  si,  $f(x)$  peut-être rendu aussi proche de  $l$  que l'on veut, à condition que  $x$  soit suffisamment proche de  $a$  et on note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$

On dit que la limite de  $f$  en  $a$  est  $+\infty$  si, lorsque  $x$  tend vers  $a$ ,  $f(x)$  est aussi grand que l'on veut et on note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$$

### Applications

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$ .

1. Déterminer les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .
2. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel  $\alpha$  tel que pour tout  $x$  appartenant à  $]5 - \alpha; 5 + \alpha[$  on a :  $|f(x) - 6| < 10^{-3}$ .
3. Que peut-on en déduire pour  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$  ?
4. A quoi correspond 6 pour  $f$  ?
5. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ .
6. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel  $\gamma$  tel que pour tout  $x$  appartenant à  $]3; 3 + \gamma[$  on a :  $10^3 < f(x)$ .
7. Que peut-on en déduire pour  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  ?
8. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel  $\beta$  tel que pour tout  $x$  appartenant à  $]3 - \beta; 3[$  on a :  $f(x) < -10^3$ .
9. Que peut-on en déduire pour  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$  ?
10. Tracer à l'aide de votre calculatrice la courbe de la fonction  $f$ .
11. Quelle interprétation graphique peut-on faire des questions 7 et 9 ?
12. Déterminer les limites suivantes :

a.  $\lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 6x + 3$

b.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{x - 3}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$