

## Chapitre 4: Suites II

### 1 Limite d'une suite

## 2 Opérations sur les limites

Soit  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites dont on connaît la limite. La question légitime que l'on peut se poser est :

Les suites  $(u_n + v_n)$ ,  $(u_n \times v_n)$  et  $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$  ont-elles une limite et si oui quelle est-elle ?

### 2.1 Limite d'une somme

**Théorème:**

Dans le tableau suivant,  $l$  et  $l'$  sont deux nombres réels.

|   |      |           |           |           |           |           |
|---|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>Si <math>(u_n)</math> a pour limite</i>          | $l$  | $l$       | $l$       | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
| <i>et si <math>(v_n)</math> a pour limite</i>       | $l'$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ |
| <i>alors <math>(u_n + v_n)</math> a pour limite</i> |      |           |           |           |           |           |

### 2.2 Limite d'un produit

**Théorème:**

Dans le tableau suivant,  $l$  et  $l'$  sont deux nombres réels non-nuls.

|  |      |           |           |           |           |           |           |           |             |
|--|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| <i>Si <math>(u_n)</math> a pour limite</i>               | $l$  | $l > 0$   | $l > 0$   | $l < 0$   | $l < 0$   | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $0$         |
| <i>et si <math>(v_n)</math> a pour limite</i>            | $l'$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $\pm\infty$ |
| <i>alors <math>(u_n \times v_n)</math> a pour limite</i> |      |           |           |           |           |           |           |           |             |

### 2.3 Limite d'un quotient

On distingue ici deux cas :

- le dénominateur a une limite non-nul :

**Théorème:**

Dans le tableau suivant,  $l$  et  $l'$  sont deux nombres réels non-nuls..

|  |             |             |           |           |           |           |             |
|--|-------------|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| <i>Si <math>(u_n)</math> a pour limite</i>                           | $l$         | $l$         | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $\pm\infty$ |
| <i>et si <math>(v_n)</math> a pour limite</i>                        | $l' \neq 0$ | $\pm\infty$ | $l' > 0$  | $l' < 0$  | $l' > 0$  | $l' < 0$  | $\pm\infty$ |
| <i>alors <math>\left(\frac{u_n}{v_n}\right)</math> a pour limite</i> |             |             |           |           |           |           |             |

- le dénominateur a une limite nul :

**Théorème:**

Dans le tableau suivant,  $l$  est un nombre réel non-nul.

|  |         |         |         |         |     |
|--|---------|---------|---------|---------|-----|
| <i>Si <math>(u_n)</math> a pour limite</i>                           | $l > 0$ | $l > 0$ | $l < 0$ | $l < 0$ | $0$ |
| <i>et si <math>(v_n)</math> a pour limite</i>                        | $0^+$   | $0^-$   | $0^+$   | $0^-$   | $0$ |
| <i>alors <math>\left(\frac{u_n}{v_n}\right)</math> a pour limite</i> |         |         |         |         |     |