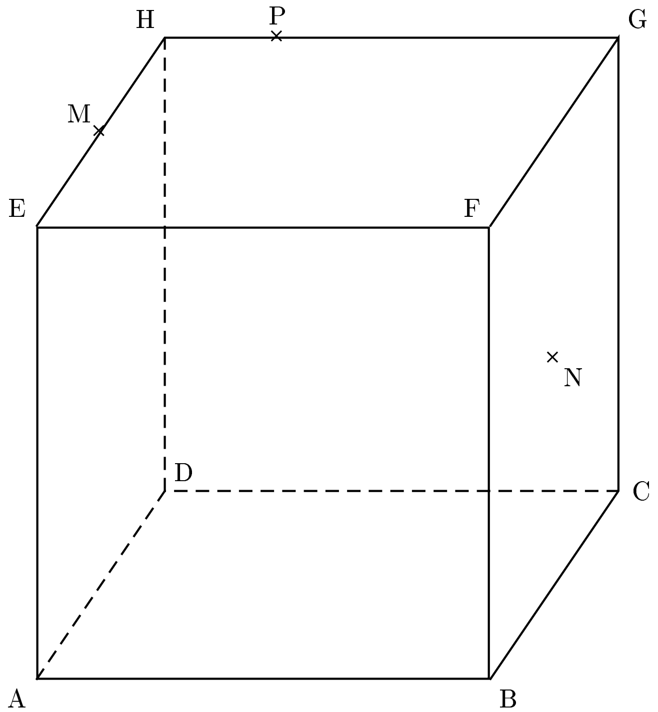
DEVOIR BILAN

Enseignants : GREAU D.	**Nom** :	**Note** :
SECHER P.	**Prénom** :	
Date : 9/01/2015	**Classe** :	**Durée** : 2 heures

Exercice 1: 9,5 points

On considère un cube ABCDEFCH.
On note M le milieu du segment [EH],
N celui de [FC]
et P le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{HP}} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{HG}}$.



Partie A : Section du cube par le plan (MNP)

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
   Construire le point L
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
   On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
   (a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
   (b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

Partie B L'espace est rapporté au repère $\left(\mathrm{A}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
2. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (MP).
   (b) Donner une représentation paramétrique de la droite (FG).
   (c) Déterminer les coordonnées du point L.
3. On admet que la droite (LN) a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} + 2t \\ z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

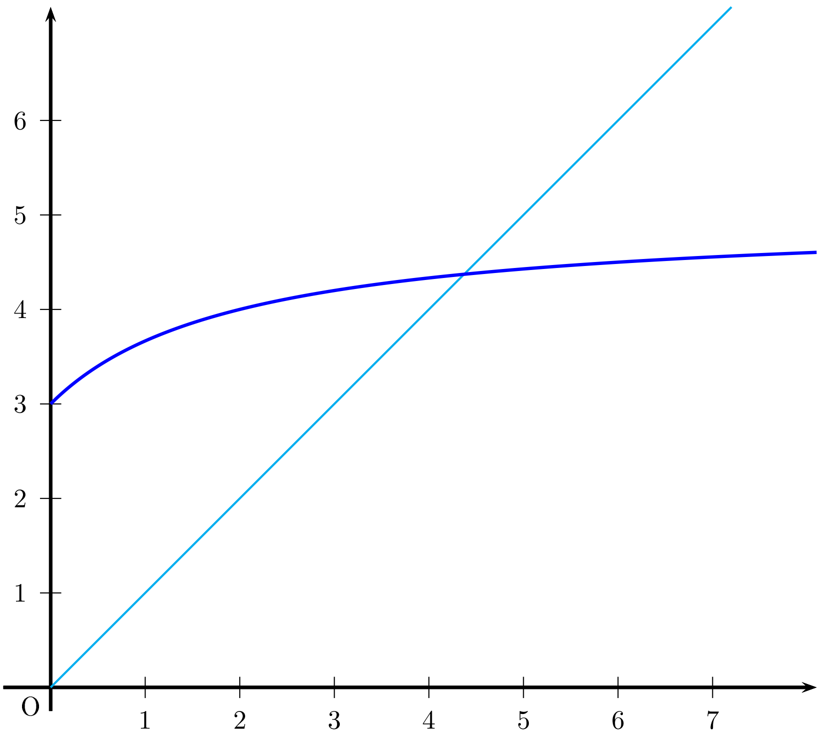
   Justifier que le point Q a pour coordonnées $\left(1\ ;\ 0\ ;\ \frac{3}{8}\right)$.
4. On admet que le point T a pour coordonnées $\left(1\ ;\ 1\ ;\ \frac{5}{8}\right)$.
   Le triangle TPN est-il rectangle en T ?

Exercice 2: 10,5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $\quad f(x) = 5 - \dfrac{4}{x+2}$.

On admettra que f est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

On a tracé ci-dessous, dans un repère orthonormé la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.



1. Démontrer que f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. On note α la solution.
   On donnera la valeur exacte de α puis on en donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   Sur la figure ci-dessus, en utilisant la courbe $\mathcal{C}$ et la droite $\mathcal{D}$, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.
   Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) ?
4. (a) Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel n, $\quad 0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$
   où α est le réel défini dans la question 2.
   (b) Peut-on affirmer que la suite (u_n) est convergente ? On justifiera la réponse.
5. Pour tout entier naturel n, on définit la suite (S_n) par : $\quad S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
   (a) Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.
   (b) Compléter l'algorithme donné ci-dessous pour qu'il affiche la somme S_n pour la valeur de l'entier n demandée à l'utilisateur.

Entrée :	n un entier naturel
Variables :	u et s sont des variables réelles
	n et i sont des variables entières
Initialisation :	u prend la valeur 1
	s prend la valeur u
	i prend la valeur 0
	Demander la valeur de n
Traitement :	Tant que ...
	Affecter à i la valeur $i+1$
	Affecter à u la valeur ...
	Affecter à s la valeur ...
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher s.

   (c) Montrer que la suite (S_n) diverge vers $+\infty$.