

Devoir maison 3

Exercice 1:

7 points

Soient $A(3; 6)$, $B(5; 3)$ et $C(17; 11)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormée $(0, I, J)$.

1. Déterminer des équations cartésiennes des droites (AB) et (AC) .
2. Montrer, à l'aide d'un calcul de produit scalaire, que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
3. En déduire une équation cartésienne de la droite (BC) .
4. Déterminer l'aire du triangle ABC .
5. Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
6. Déterminer l'équation du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC .

Exercice 2:

7 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2 + x^3}{1 + x^2}$$

1. a. Montrer que l'équation $2 + x^3 = 0$ admet une unique solution notée α sur $\mathbb{R}$.
 b. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$.
 c. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
2. Étudier les limites de la fonction f aux bornes de son domaine de définition.
3. a. Montrer que pour tout réel x , $(x - 1)(x^2 + x + 4) = -4 + 3x + x^3$
 b. Étudier les variations de la fonction f .
4. Déterminer les réels a , b , c et d tels que pour tout réel x ,

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{1 + x^2}$$

Exercice 3:

6 points

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs ; 65 % de son personnel travaille dans le secteur A et 35 % dans le secteur B. Cette entreprise s'intéresse au niveau de stress de son personnel. Une enquête, menée sous la forme d'un questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20 % du personnel se dit stressé, tandis que, dans le secteur B, ce taux est de 30 %. On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi. On note :

- A : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A ».
- B : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B ».
- S : « le questionnaire est celui d'un employé stressé ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.
3. L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25 %, cette salle sera installée.
 L'entreprise plantera-t-elle la salle de relaxation ? Justifier la réponse.
4. Sachant que le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé, quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A ? (le résultat sera arrondi à 10^{-2})
5. Les événements A et S sont-ils incompatibles ?
6. Les événements A et S sont-ils indépendants ?