

---

## Devoir maison 5

A. 1. Démontrer que pour  $x \in [1; 2]$ ,

$$\frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{3}{2} - \frac{x}{2}$$

2. En déduire un encadrement de  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ . Interpréter graphiquement ce résultat.

B. Soit  $\Phi$  la fonction  $x \mapsto \int_1^x \frac{1}{t} dt$  définie sur  $[1; +\infty[$ .

1. Étudier les variations de  $\Phi$ .

2. Donner le tableau de valeur de  $\Phi$  pour  $x \in [1; 5]$  avec un pas de 1 à l'aide de votre calculatrice.

3. Tracer la courbe de  $\Phi$  sur  $[1; 5]$ .

C. Soit  $\Psi$  la fonction  $x \mapsto \int_0^x e^t dt$  définie sur  $[0; +\infty[$ .

1. Donner l'interprétation graphique de la fonction  $\Psi$ .

2. Étudier les variations de  $\Psi$ .

3. Donner une autre expression de  $\Psi$  sans notation intégrale.

4. On cherche à résoudre l'équation  $\Psi(x) = 2$  sur  $[0; +\infty[$ .

a. Démontrer l'équivalence suivante :  $\Psi(x) = 1 \iff e^x - 2 = 0$

b. Démontrer que l'équation  $e^x - 2 = 0$  admet une unique solution sur  $[0; +\infty[$ .

c. Écrire un programme informatique utilisant la méthode de dichotomie pour déterminer une solution de approchée de l'équation précédente à  $10^{-4}$  près.