

Devoir maison 8

On considère la fonction définie sur $I = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ par :

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

1. Montrer que f est bien définie sur I .
2. Etudier le signe de f sur I .
3. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
4. Montrer que :
 - a. f est périodique de période π .
 - b. f est impaire.
5. Montrer que pour tout réel $x \in I$, $f'(x) = 1 + f^2(x)$
6. En déduire les variations de f sur I .
7. Compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin(x)$				
$\cos(x)$				
$\tan(x)$				

8. Tracer C_f la courbe de la fonction f dans un repère du plan.
9. Déterminer l'équation de la tangente Δ à C_f au point d'abscisse 0 puis tracer Δ dans le même repère que C_f .

La fonction f est appelée la fonction tangente et est notée $\tan(x)$.