

## Devoir maison 6

**Exercice 1:**

5 points

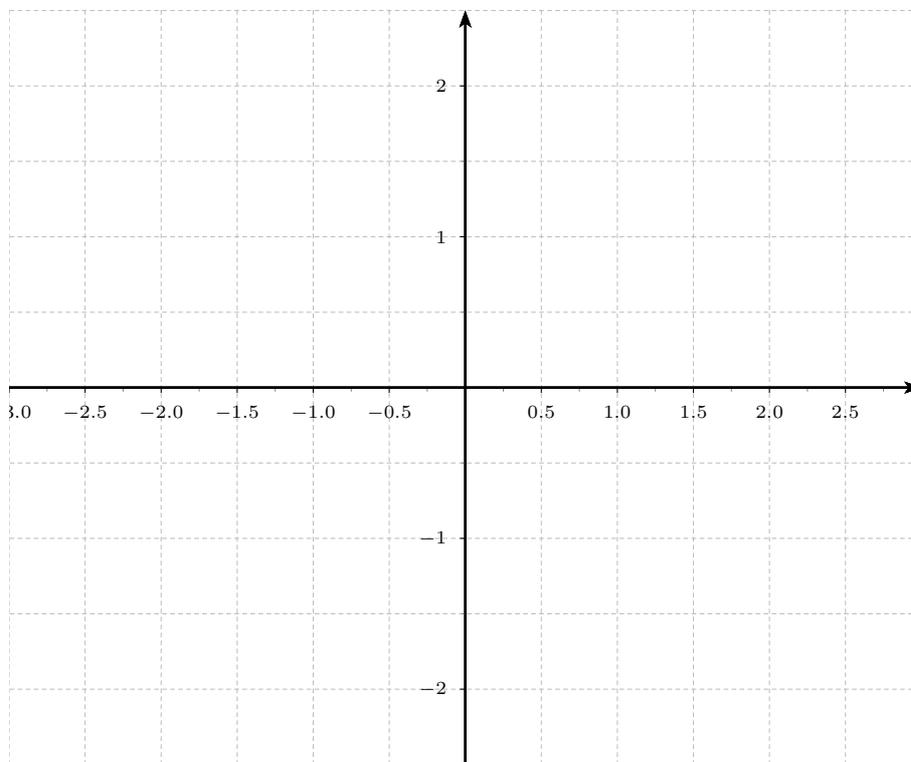
Soient  $A(2; 3; -2)$ ,  $B(7; 4; -5)$ ,  $C(-8; 1; 4)$  et  $D(-9; 6; 4)$  quatre points de l'espace muni d'un repère orthonormée. Le point  $C$  est-il le projeté orthogonal de  $D$  sur la droite  $(AB)$  ?

**Exercice 2:**

15 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2xe^{1-x^2}$

1. Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = (2 - 4x^2)e^{1-x^2}$ .
2. Déterminer les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Étudier le signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Déterminer les extremums de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
5. Tracer la courbe de la fonction  $f$  dans le repère ci-dessous :



6. On s'intéresse à l'aire du domaine  $\mathcal{A}$  situé entre la courbe de la fonction  $f$ , les droites d'équation  $x = -1$  et  $x = 1$  et l'axe des abscisses.
  - a. Colorier le domaine  $\mathcal{A}$  sur le repère ci-dessus.
  - b. Démontrer que  $F(x) = -e^{1-x^2}$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - c. Calculer  $\int_0^1 f(x) dx$
  - d. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(-x) = -f(x)$ .
  - e. L'égalité précédente signifie que la courbe de la fonction  $f$  est symétrique par rapport à l'origine. En déduire l'aire du domaine  $\mathcal{A}$  en justifiant votre raisonnement.