

## Devoir maison 7

### Exercice 1:

10 points

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = x^2 - 8x + 2 \ln(x) + 12$$

1. Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
2. Déterminer les variations de  $f$  sur son domaine de définition.
3. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
4. Étudier le signe de  $f$  sur son domaine de définition.
5. Tracer la courbe de la fonction  $f$  pour  $x \in ]0; 7]$ .
6. On s'intéresse à l'aire du domaine  $\mathcal{D}$  situé entre la courbe de la fonction  $f$ , les droites d'équation  $x = \frac{1}{2}$  et  $x = \frac{5}{2}$  et l'axe des abscisses.
  - a. Colorier le domaine  $\mathcal{D}$  sur votre graphique.
  - b. Dériver la fonction  $g : x \mapsto x \ln(x) - x$ .
  - c. En déduire une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
  - d. Déterminer la valeur exacte de l'aire du domaine  $\mathcal{D}$ .

### Exercice 2:

8 points

Hélène utilise les transports en commun pour se rendre à son travail le matin. Elle prend d'abord un bus puis un métro.

1. A partir de 6 heures, les bus passent toutes les dix minutes à un arrêt  $A$ . Hélène se présente au hasard à l'arrêt  $A$  entre 6 h 00 et 7 h 30. On nomme  $X$  la variable aléatoire qui donne la durée de 6 h 00 à l'heure d'arrivée en  $A$ .
  - a. Déterminer la loi de  $X$ .
  - b. Quelle est la probabilité qu'elle attende le prochain bus moins de dix minutes? plus de cinq minutes?
  - c. Déterminer  $E(X)$
2. Le bus dépose Hélène près de l'arrêt de métro et il lui faut alors cinq minutes pour se rendre sur le quai du métro. Les métros arrivent toutes les minutes. A chacun des dix arrêts qui séparent l'arrêt de métro de son travail, Hélène a une probabilité  $p = 0,2$  de voir monter au moins un collègue de travail dans la même rame que la sienne. De plus, ce qui se passe à un arrêt est indépendant de ce qui se passe aux autres arrêts. On nomme  $Y$  la variable aléatoire qui donne le nombre d'arrêts de métro où au moins un collègue de travail d'Hélène est monté dans sa rame.
  - a. Déterminer la loi de  $Y$ .
  - b. Déterminer la probabilité qu'à au moins deux arrêts, au moins un collègue de travail d'Hélène soit monté dans la même rame que la sienne.
  - c. Interpréter et calculer  $P(Y = 7)$ .
  - d. Déterminer la probabilité qu'aucun collègue de travail d'Hélène ne monte dans sa rame durant son trajet.
  - e. Déterminer  $E(Y)$ .

### Exercice 3:

2 points

Résoudre l'équation suivante sur  $\mathbb{C}$  :

$$(2 - i)\bar{z} + (-3 - 4i)z = 3 + 2i$$