

Devoir maison 2

Soit d un entier naturel. Notons a_0, a_1, \dots, a_n les n chiffres de son écriture décimale (compris entre 0 et 9). On a ainsi :

$$d = \sum_{i=0}^n a_i \times 10^i = a_0 \times 10^0 + \dots + a_n \times 10^n$$

Cette somme sera notée $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$

A l'aide de cette écriture et des congruences, on peut démontrer les critères de divisibilité vus au collège.

Par exemple, on rappelle qu'un entier d est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Démonstration :

$10 \equiv 1(3)$ donc pour tout entier naturel i , $10^i \equiv 1^i(3)$ soit $10^i \equiv 1(3)$ d'où

$$a_0 \times 10^0 + \dots + a_n \times 10^n \equiv a_0 + a_1 + \dots + a_n(3) \quad (\text{CQFD})$$

1. L'entier 16785762 est-il divisible par 3 ?
2. Rappeler et démontrer le critère de divisibilité par 2.
3. L'entier 16785762^{56} est-il divisible par 2 ?
4. Rappeler et démontrer le critère de divisibilité par 4.
5. L'entier 16785762^3 est-il divisible par 4 ?
6. Rappeler et démontrer le critère de divisibilité par 5.
7. L'entier 16785762^5 est-il divisible par 5 ?
8. Rappeler et démontrer le critère de divisibilité par 9.
9. L'entier 16785762^2 est-il divisible par 9 ?
10. Rappeler et démontrer le critère de divisibilité par 11.
11. L'entier $196572^{2014} - 23456^{1007}$ est-il divisible par 11 ?