
Devoir maison 3

Exercice 1:

3 points

Quel est le chiffre des unités de l'entier $n^5 - n$ avec $n \in \mathbb{N}$? On justifiera sa réponse!

Exercice 2:

7 points

Pour tout entier naturel non-nul n , on pose $M_n = 2^n - 1$. M_n est appelé nombre de Mersenne.

1. Donner une rapide biographie de Marin Mersenne (Trois lignes).
2. Calculer M_1 , M_2 , M_3 et M_4 .
3. Pour a entier distinct de 1 et pour n entier naturel au moins égal à 2, montrer l'implication « si $a^n - 1$ est premier, alors $a = 2$ ».
4. Montrer l'implication suivante : « Pour tout entier naturel $n \geq 2$, si d divise n alors M_d divise M_n ».
5. Montrer l'implication suivante : « Pour tout entier naturel $n \geq 2$, si n est composé alors M_n est composé ».
6. Énoncer la contraposée de l'implication précédente puis la réciproque de cette contraposée. Cette réciproque est-elle vraie?