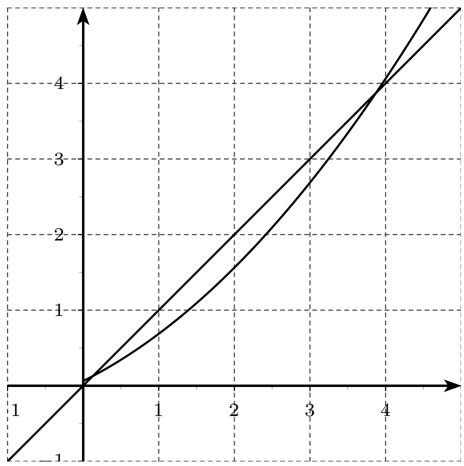
Exercice 1:
Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse

1. Toute suite croissante diverge vers $+\infty$
2. Toute suite qui diverge vers $-\infty$ est décroissante.
3. Toute suite convergente est monotone.
4. Toute suite arithmétique de raison non-nul diverge.
5. Toute suite géométrique de raison positive converge.
6. Il existe une suite décroissante qui diverge vers $+\infty$.

Exercice 2:
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{16}\left(2x^2 + 8x + 1\right)$$

On a tracé ci-dessous, dans un repère orthonormé la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.



1. Démontrer que f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   Sur la figure ci-dessus, en utilisant la courbe $\mathcal{C}$ et la droite $\mathcal{D}$, placer les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4.
   Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) ?
4. a. Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 3$
   b. Peut-on affirmer que la suite (u_n) est convergente ? On justifiera la réponse.
   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. Pour tout entier naturel n, on définit la suite (S_n) par : $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
   a. Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.
   b. Compléter l'algorithme donné ci-dessous pour qu'il affiche la somme S_n pour la valeur de l'entier n demandée à l'utilisateur.

Entrée :	n un entier naturel
Variables :	u et s sont des variables réelles
	n et i sont des variables entières
Initialisation :	u prend la valeur 3
	s prend la valeur u
	i prend la valeur 0
	Demander la valeur de n
Traitement :	Tant que ...
	Affecter à i la valeur $i + 1$
	Affecter à u la valeur ...
	Affecter à s la valeur ...
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher s.

   c. Montrer que la suite (S_n) diverge vers $+\infty$.
   d. Donner un algorithme qui permet de calculer le premier terme de la suite (S_n) qui dépasse une valeur A donnée.
6. Étudier la suite (v_n) définie par $v_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = f(v_n)$.