

## Chapitre 11: Dérivation

- 1 Dérivabilité
- 2 Dérivabilité
- 3 Dérivabilité

## 4 Dérivées de fonctions composées

### 4.1 Rappels

$f$	$f$ dérivable sur	$f'$
$f(x) = k$ sur $\mathbb{R}$ avec $k$ réel	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$ sur $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$ sur $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$ sur $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 3x^2$
$f(x) = x^n$ sur $\mathbb{R}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ sur $\mathbb{R}^*$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$
$f(x) = \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$	$]0; +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = \cos(x)$ sur $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = \sin(x)$ sur $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = \cos(x)$

### 4.2 Fonctions composées

**Théorème:**

Soit  $u$  une fonction définie et dérivable sur un intervalle  $I$  et  $n$  un entier naturel :

- Pour  $n \geq 2$ , la fonction  $u^n$  est dérivable sur  $I$  et
- Pour  $n \geq 1$ , la fonction  $\frac{1}{u^n}$  est dérivable pour tout réel  $x \in I$  tel que  $u(x) \neq 0$  et

Cette égalité se note aussi :

**Exemples:**

- La fonction  $f : x \mapsto (4x - 5)^3$
- La fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{(x^2 + 1)^4}$

**Théorème:**

Soit  $u$  une fonction définie et dérivable sur un intervalle  $I$  tel que pour tout réel  $x \in I$  tel que  $u(x) > 0$ . La fonction  $\sqrt{u}$  est dérivable sur  $I$  et

**Exemple:**

La fonction  $f : x \mapsto \sqrt{7x - 2}$

### 4.3 Généralisation

**Théorème:**

Soit  $f$  dérivable sur  $J$  et  $u$  dérivable sur  $I$  telles que  $u(x) \in J$  pour tout  $x$  de  $I$ . La fonction  $g = f \circ u$  est alors dérivable sur  $I$  et :