

Primitives

Définition:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . Une primitive de f sur I est une fonction F dérivable sur I et telle que pour tout x de I ,

$$F'(x) = f(x)$$

Si elle existe, on note usuellement F la primitive d'une fonction f .

Exercice 1:

Déterminer le domaine de définition puis une primitive des fonctions ci-dessous :

a. $f(x) = 5x^2 - 4x + 1$

b. $g(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$

c. $m(x) = 7x^2 + \frac{7}{x^2}$

Exercice 2:

Soit f une fonction qui admet une primitive F sur un intervalle I . Démontrer que :

1. La fonction G définie sur I par $G(x) = F(x) + c$, où c est un réel est aussi une primitive de f sur I .
2. Toute primitive de f sur I est de la forme $F + c$.
3. $x_0 \in I$ et c un nombre réel. Il existe une unique primitive F de f sur I tel que $F(x_0) = c$.

Exercice 3:

Compléter le tableau ci-dessous :

Fonction définie par $f(x) = \dots$	Une primitive de f est définie par $F(x) = \dots$	sur $I = \dots$
x^n où $n \in \mathbb{N}$		
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$		
$\frac{1}{\sqrt{x}}$		
$\cos x$		
$\sin x$		

Exercice 4:

Compléter le tableau ci-dessous où u désigne une fonction dérivable sur I .

Fonction définie par $f(x) = \dots$	Une primitive de f est définie par $F(x) = \dots$	Conditions
$\frac{u'}{u^2}$		
$u' \cdot u^n$ où $n \in \mathbb{N}$		
$\frac{u'}{u^n}$ où $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$		
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$		

Exercice 5:

Déterminer le domaine de définition puis une primitive des fonctions ci-dessous :

a. $f(x) = \frac{6x - 3}{(3x^2 - 3x + 1)^2}$

b. $g(x) = 2x(x^2 - 1)^2$

c. $h(x) = \frac{x}{(1 + x^2)^3} - 2$

d. $k(x) = \frac{7 + 14x}{\sqrt{1 + x + x^2}}$