Étude des fonctions trigonométriques

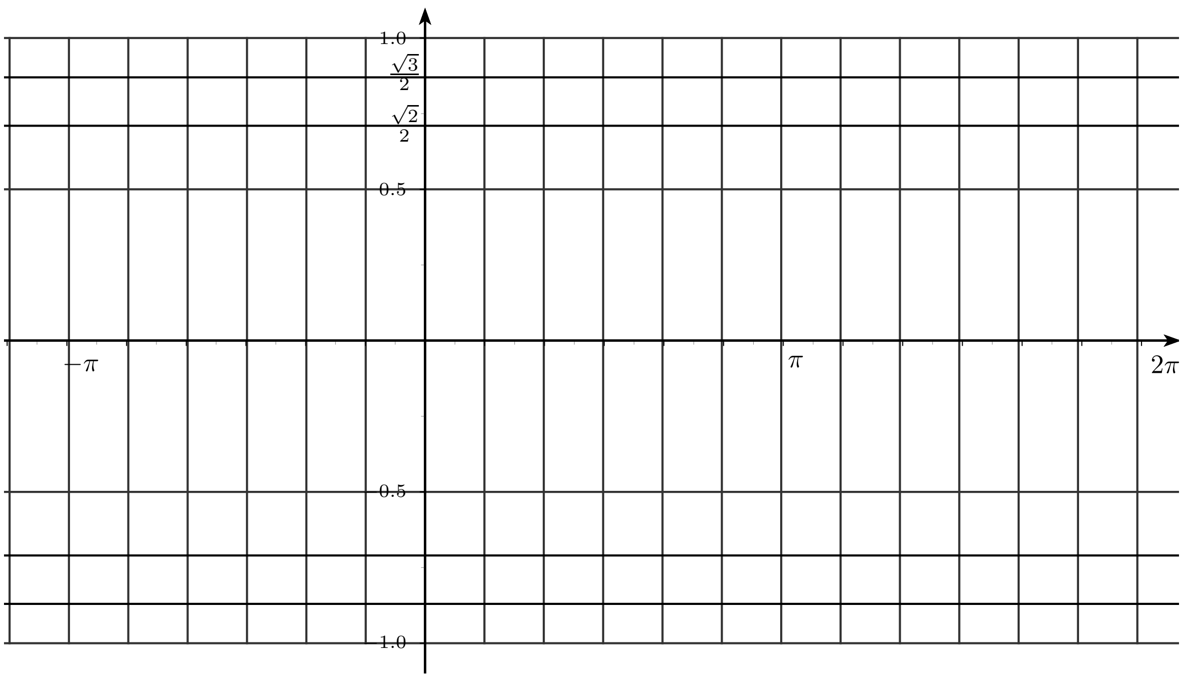
1 Fonction cosinus

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = cos(x)$.

1. A l'aide du cercle trigonométrique :
   a. montrer que pour tout réel x, $f(-x) = f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe de la fonction f ?
   b. montrer que pour tout réel x, $f(x) = f(x + 2\pi)$. Que peut-on en déduire pour la courbe de la fonction f ?
   c. déterminer le signe de f sur $[-\pi; \pi]$.
2. Étudier les variations de f sur $[-\pi; \pi]$.
3. Compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$cos(x)$									

4. Tracer la courbe de la fonction f sur $[0; \pi]$.



5. En déduire le tracé de la courbe de la fonction f sur $[-\pi; 0]$ et sur $[\pi; 2\pi]$.

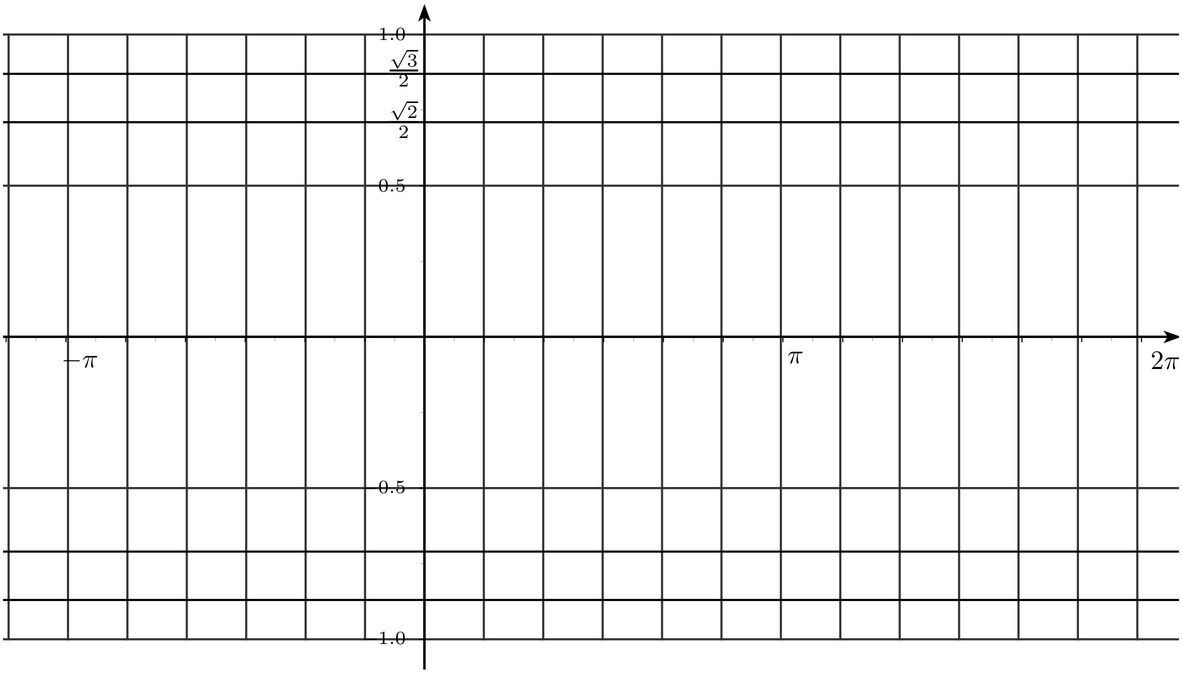
2 Fonction sinus

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = sin(x)$.

1. A l'aide du cercle trigonométrique :
   a. montrer que pour tout réel x, $f(-x) = -f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe de la fonction f ?
   b. montrer que pour tout réel x, $f(x) = f(x + 2\pi)$. Que peut-on en déduire pour la courbe de la fonction f ?
   c. déterminer le signe de f sur $[-\pi; \pi]$.
2. Étudier les variations de f sur $[-\pi; \pi]$.
3. Pour $h \neq 0$, déterminer le taux d'accroissement de la fonction sinus en 0. En déduire $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{sin(h)}{h}$.
4. Compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$sin(x)$									

5. Tracer la courbe de la fonction f sur $[0; \pi]$.



6. En déduire le tracé de la courbe de la fonction f sur $[-\pi; 0]$ et sur $[\pi; 2\pi]$.